

Отчёт о проделанной работе с использованием оборудования ИВЦ НГУ

1 Аннотация

Развитие ветрового волнения в большой степени обусловлено переносом энергии между различными масштабами, обусловленному нелинейным четырёхволновым взаимодействием. Проект нацелен на численное исследование этого переноса путем разработки нового алгоритма численного решения соответствующего уравнения (уравнения Хассельманна). В рамках проекта выполнено исследование развитие волнения с использованием различных моделей ветровой накачки и затухания, как описанных ранее в литературе, так и вновь построенных.

2 Тема работы

Исследование нелинейного переноса энергии в процессе развития поверхностного волнения на воде.

3 Состав коллектива

Захаров Владимир Евгеньевич, академик РАН

Геогджаев Владимир Владимирович, н.с. Института Океанологии им. П. П. Ширшова РАН, н.с. Новосибирского Государственного университета

Бадулин Сергей Ильич, г.н.с. Института Океанологии им. П. П. Ширшова РАН

4 Информация о гранте

Работа ведётся при поддержке гранта РФФИ No. 19-72-30028.

5 Содержание работы

Спектр волн на воде $N(\mathbf{k})$ (N — «число волн», \mathbf{k} — волновой вектор) подчиняется уравнению Хассельманна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} = & \pi g^2 \int_{\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4} (T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4))^2 \times \\ & \times (N N_3 N_4 + N_2 N_3 N_4 - N N_2 N_3 - N N_2 N_4) \times \\ & \times \delta(\omega + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_4) d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 d\mathbf{k}_4 \end{aligned}$$

Из этого уравнения видно, что взаимодействия происходят между четвёрками волн, удовлетворяющих резонансным соотношениям:

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$$

Здесь $\omega = \sqrt{gk}$ — частота волны.

Таким образом, после устранения δ -функций интеграл в уравнении Хассельманна является 3-мерным. Спектр N , в свою очередь, имеет два измерения. В итоге расчёт развития волнения требует пятимерного интегрирования, что приводит к необходимости большого количества вычислений.

5.1 Описание работы

В. Геогджаев разработал новый алгоритм для решения уравнения Хассельманна, основанный на построении сетки квадруплетов, покрывающей все существенные взаимодействия, с особым учётом особенности квадруплетного пространства (точки $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2$). Алгоритм позволяет как быстрый расчёт с небольшим количеством квадруплетов, так и более точный расчёт с увеличенным количеством квадруплетов. При этом увеличение количества квадруплетов происходит путём дробления ячеек сетки, что позволяет добиться равномерного распределения квадруплетов и избежать проблем вблизи особенностей.

Кластер использовался для работ по вычислению эволюции поверхностных волн на воде с помощью алгоритма В. Геогджаева.

В течение 2020 года проводились исследования влияния различных теоретических моделей ветровой накачки и моделей затухания.

Существует несколько теоретических моделей накачки и затухания, как правило, основанных на эмпирических данных с соответствующим подбором коэффициентов. Весьма сильная устойчивость колмогоровского спектра ($\varepsilon \sim \omega^{-4}$), который определяется волновым взаимодействием и сохраняется, несмотря на влияние накачки и затухания приводит к тому, что эти модели дают приемлемые результаты, несмотря на приближенность моделей. Однако для некоторых моделей затухание оказалось настолько завышенным, что в них не наблюдается рост волнения со временем. Особо следует обратить внимание на то, что длинные волны весьма слабо взаимодействуют с атмосферой, и рост их интенсивности определяется нелинейными взаимодействиями.

По результатам работы предполагается написание статей о сравнении различных моделей ветровой накачки и волнового затухания.

6 Публикации

Результаты вычислений на кластере использованы в публикациях.

В.В.Геогджаев, В.Е.Захаров, С.И.Бадулин, Численное моделирование изотропной океанской зыби // ДАН, 2019, т. 489, No 5, стр. 74-78

В.В.Геогджаев, Об устойчивости колмогоровского спектра поверхностных волн на воде // Теоретическая и математическая физика, Том 203, № 1 (2020)

Планируются дальнейшие публикации.

7 Эффект от использования кластера в достижении целей работы

Использование кластера дало возможность быстро производить расчёты для различных условий и различных версий алгоритма и использовать их результаты для улучшения алгоритма. Также было выполнено несколько расчётов долговременного развития волнения для различных моделей накачки и затухания на основании которых были изучены его параметры.