

Исследование chirпованных диссипативных солитонов в волоконных лазерах с положительной дисперсией.

Яруткина Ирина Александровна, к.ф.-м.н., научный сотрудник ЛМУФ ММФ НГУ,
Штырина Ольга Владимировна, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник ЛМУФ ММФ НГУ,
Лобасенко Роман Борисович, к.т.н., ведущий инженер ЛМУФ ММФ НГУ,
Федорук Михаил Петрович, академик РАН, д.ф.-м.н., ректор НГУ.

Аннотация: В работе исследовано chirпованное решение уравнения Гинзбурга-Ландау, позволяющее прогнозировать свойства выходного сигнала для широкой области длин резонатора в волоконных лазерах с синхронизацией мод.

В данной работе предложен аналитический подход для предсказания свойств генерируемого в длинном волоконном лазере импульса, служащий для упрощения процесса оптимизации параметров лазерного резонатора. Аналитическое решение, предложенное в работе, позволяет избежать проведения затратных по времени вычислений. Используемая модель основана на комплексном уравнении Гинзбурга-Ландау. В работе [O. V. Shtyrina, E. V. Podivilov, et al, *J. Opt. Soc. Am. B* 38, 2488-2493 (2021)] была рассмотрена математическая модель, учитывающая насыщающееся поглощение и насыщенное усиление. Данная модель имела единственное устойчивое решение, которое, однако, могло быть применено только для узкой области параметров лазерного резонатора. В представленной работе предложена модификация сильноchirпованного решения, которое может быть применено для описания генерации импульсов как в длинных резонаторах, так и в резонаторах с короткой длиной волокна, что позволяет также аппроксимировать решения с низкой энергией.

Рассмотрим распределенную модель распространения сигнала в лазерном резонаторе. Модель учитывает дисперсию, нелинейность, насыщенное усиление и насыщающееся поглощение. Обозначим за z ($0 < z < L$) пространственную переменную, нормированную на длину резонатора L . Тогда уравнение, описывающее эволюцию огибающей электромагнитного поля, имеет вид:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta L}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma L |A|^2 A + \left(\sigma - \frac{\kappa}{1 + |A|^2 / P_{SAM}} \right) A, \quad \sigma = \frac{g}{2(1 + E(z) / E_{sat})} - \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

Здесь σ – разница между зависящего от энергии импульса насыщенного усиления и потерями, $E_{sat} = P_{sat} \cdot T_R$ – энергия насыщения, T_R – время обхода резонатора, P_{sat} – мощность насыщения, g – коэффициент усиления, $E(z)$ – энергия импульса. Решение может быть найдено для медленно меняющейся амплитуды.

Амплитуда огибающей импульса может быть записана в следующем виде:

$$A(t, z) = \sqrt{P(t)} \times \exp(i\phi(t, z)), \quad \text{где } \phi(t, z) \text{ – фаза}$$

После подстановки можно решить следующую систему:

$$\begin{aligned} -\beta L \left(P + \phi_t \frac{dP}{d\phi_t} \right) \frac{d\phi_t}{dt} &= 2\sigma \frac{P - P_{SAM} (\kappa / \sigma - 1)}{P + P_{SAM}} P; \\ \frac{2\gamma}{\beta} \left(P - \frac{\phi_z}{\gamma} \right) + \phi_t^2 &= \frac{d^2 P}{dt^2} \frac{1}{2P} - \left(\frac{dP}{dt} \right)^2 \frac{1}{4P^2}, \end{aligned}$$

В таблице 1 представлено усовершенствованное чирпованное теоретическое решение представленной выше системы. Рис. 1а иллюстрирует совпадение импульсов, полученных в ходе математического моделирования, выполненного при помощи вычислительной системы ИВЦ НГУ, и импульсов, полученных при помощи рассмотренного в данной работе аналитического решения. Также на данном рисунке можно наблюдать значительное отличие от импульса, полученного с использованием аналитического сильночирпованного решения.

Аналитический чирпованный диссипативный солитон	
$A(t, z) = \sqrt{P(t)} \times \exp(i\phi(t, z)).$	
$P(t) = P_m (1 - \phi_t^2(t) / \Delta^2); \left \frac{2\sigma}{3\beta L} t + \phi_t(t) \right \frac{2}{\Delta} = \frac{P_{SAM}}{P_m} \ln \left(\frac{\Delta - \phi_t(t)}{\Delta + \phi_t(t)} \right);$	
$P_m = 3P_{SAM} (\kappa / \sigma - 1) / 2; \Delta^2 = P_m \left(\frac{\gamma}{\beta} + \sqrt{\left(\frac{\gamma}{\beta} \right)^2 + \left(\frac{2\sigma}{3\beta L} \right)^2 \left[\frac{1}{(P_{SAM})^2} + \frac{1}{(P_{SAM} + P_m)^2} \right]} \right);$	
$\phi(t, z) = 3\beta L \Delta^2 [P(t) + P_{SAM} \ln P(t)] / 4\sigma P_m + \phi_z z;$	
$\phi_z = \gamma P_m \left(1 + \frac{\beta P_m}{2\gamma \Delta^2} \left[\frac{2\sigma}{3\beta L (P_{SAM} + P_m)} \right]^2 \right);$	
Уравнение для параметра насыщенного усиления σ :	
$3\beta L \Delta P_{SAM} \kappa / \sigma^2 = E_{sat} (g / (2\sigma + \alpha) - 1).$	

Таблица 1. Аналитические выражения для характеристик диссипативного солитона.

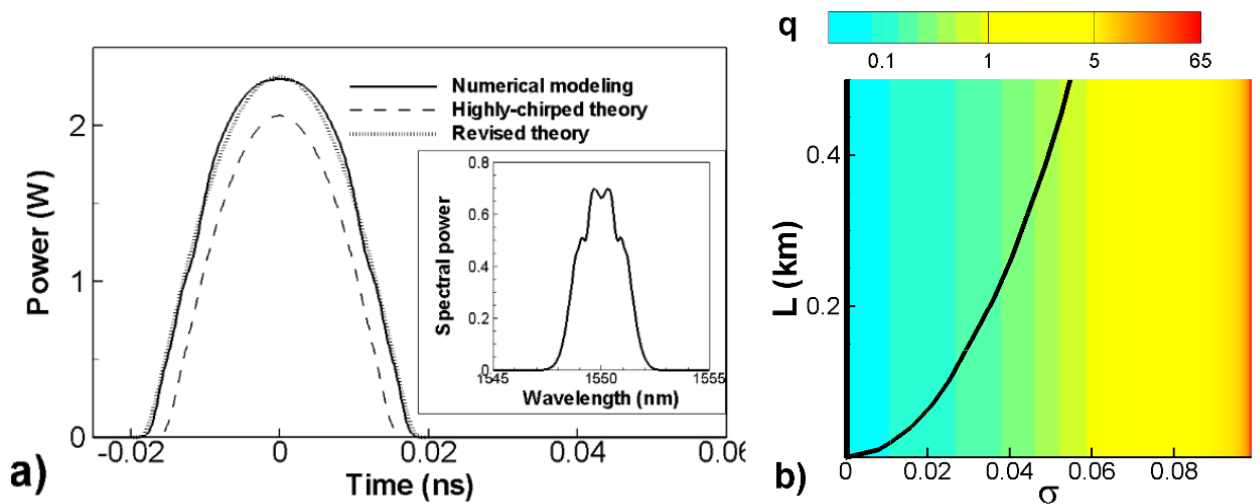


Рис. 1. а) Сравнение численного (черная сплошная линия), теоретического сильночирпованного импульса (пунктирная линия) и импульса, полученного с помощью уточненной теоретической формулы (точечная линия). Здесь $\beta=4.5$ фс²/мм, $\gamma=0.0021$ 1/Вт/м, $L=10$ м, $P_{SAM}=100$ мВт, $\kappa=0.1$, $P_{sat} = 14.408$ мВт, $g = 10.8$ дБ, $\alpha_p = 0.2$ дБ/км, $R_{in} = 0.1$. На вставке показан спектр полученного численно импульса; б) Линии уровня аналитического значения параметра $q = P_{SAM}/P_m$ в плоскости (L, σ) . Сплошная черная линия ограничивает область, где выполняется

условие $f/2\pi > 10$ для параметра чирпа f , что соответствует области существования сильночирпованных решений.

Представленное теоретическое решение является однопараметрическим. Данное свойство упрощает его изучение и расширяет область применения данного решения. Чтобы продемонстрировать однопараметричность решения, запишем мощность импульса $P(t)$ в следующем виде:

$$\frac{P(t)}{P_m} = 1 - \frac{\phi_t^2(t)}{\Delta^2}, \quad \tau + \frac{\phi_t}{\Delta} = q \cdot \operatorname{arth}\left(-\frac{\phi_t(t)}{\Delta}\right).$$

Отнормируем время на величину $\tau = 2\sigma t / 3\beta L \Delta$, тогда форма импульса определяется только одним параметром $q = P_{SAM} / P_m$. Рис. 1b показывает, что данное решение может быть также применено для малых длин резонатора и больших значений параметра q . Данный факт позволяет исследовать как сильно-, так и слабочирпованные диссипативные солитоны, имеющие форму sech .

Таким образом, предложенный метод позволяет определять область устойчивой одноимпульсной генерации длинного волоконного лазера, а также аналитически предсказать параметры резонатора, обеспечивающие генерацию импульсов с максимальной возможной энергией.

Работа выполняется при поддержке гранта РФФИ 20-11-20040 "Математическое моделирование и численные методы решения современных проблем нелинейной оптики и фотоники" (2020-2022 гг, руководитель Федорук М.П.), а также в рамках Госзадания FSUS-2020-0034 "Вычислительные алгоритмы и математическое моделирование нелинейных оптических систем и нелинейной обработки сигналов" (2020-2024 гг, руководитель Штырина О.В.).

Список публикаций по теме работы:

1. O. V. Shtyrina, E. V. Podivilov, A. S. Skidin, I. A. Yarutkina, R. B. Lobasenko, and M. P. Fedoruk. Study of a dissipative soliton in the distributed mathematical model of ultra-long mode-locked fiber lasers // *Journal of the Optical Society of America B*, V. 38(9), P. 2488-2493, 2021. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.430329>

2. Штырина О.В., Подивилов Е.В., Скидин А.С., Яруткина И.А., Лобасенко Р.Б., Федорук М.П. Анализ семейства диссипативных солитонов уравнения Гинзбурга-Ландау с учетом насыщения усиления и мощности // *Фотон-экспресс* (Спецвыпуск: 8 Всероссийская конференция по волоконной оптике, г. Пермь, 5-8 октября 2021 г.), Т. 6(174), С. 404-405, 2021. DOI 10.24412/2308-6920-2021-6-404-405

3 О.В. Штырина, Р.Б. Лобасенко, М.П. Федорук. Чирпованные диссипативные солитоны в волоконных лазерах с положительной дисперсией // *Материалы Международного семинара по волоконным лазерам 2022*, С. 138-139, Новосибирск, 2022. DOI:10.31868/RFL.2022.138-139