

Отчет о работе, выполненной на оборудовании Информационно-вычислительного центра НГУ.

Наименование работы: Исследование статистики волн-убийц в рамках обобщенного одномерного нелинейного уравнения Шредингера.

Состав коллектива исполнителей: Д.С. Агафонцев, В.Е. Захаров.

Контактное лицо (ФИО, адрес электронной почты): Агафонцев Дмитрий Сергеевич, Dmitry.Agafontsev@gmail.com; Захаров Владимир Евгеньевич, zakharov@math.arizona.edu.

Научное содержание работы.

1. Постановка задачи. Исследуется статистика волн-убийц в рамках различных вариантов обобщенного одномерного нелинейного уравнения Шредингера:

а) с добавлением членов высшей нелинейности:

$$i\Psi_t + \Psi_{xx} + |\Psi|^2\Psi + \alpha|\Psi|^4\Psi - \beta|\Psi|^6\Psi = 0, \quad \alpha, \beta > 0, \quad \alpha, \beta/\alpha \ll 1, \quad (1)$$

б) с добавлением членов высшей нелинейности, а также накачки и затухания:

$$i\Psi_t + (1 - id_l)\Psi_{xx} + |\Psi|^2\Psi + (\alpha + id_n)|\Psi|^4\Psi = ip\Psi, \quad \alpha, d_l, d_n, p > 0, \quad \alpha, d_l, d_n, p \ll 1. \quad (2)$$

в) с учетом высшей (3-ей) дисперсии:

$$i\Psi_t + \Psi_{xx} + |\Psi|^2\Psi - i\alpha\Psi_{xxx} = 0, \quad \alpha \ll 1, \quad (3)$$

г) с учетом эффектов самоукручения:

$$i\Psi_t + \Psi_{xx} + |\Psi|^2\Psi + i\beta|\Psi|^2\Psi_x = 0, \quad \beta \ll 1, \quad (4)$$

д) с насыщаемой нелинейностью, накачкой и затуханием:

$$i\Psi_t + (1 - id_l)\Psi_{xx} + \frac{1 - e^{-\alpha|\Psi|^2}}{\alpha}\Psi + id_n|\Psi|^4\Psi = ip\Psi, \quad \alpha \ll 1. \quad (5)$$

и

$$i\Psi_t + (1 - id_l)\Psi_{xx} + \frac{|\Psi|^2}{1 + \alpha|\Psi|^2}\Psi + id_n|\Psi|^4\Psi = ip\Psi, \quad \alpha \ll 1. \quad (6)$$

Коэффициенты перед дополнительными к НУШ членами выбираются так, чтобы добавочные члены мало влияли на динамику системы. В качестве начального распределения выбирается $\Psi(0, x) = 1 + \xi(x)$, где $\xi(x)$ - случайный шум. Для систем (5)-(6) рассматриваются два варианта начальных условий: нулевое начальное распределение $\Psi(0, x) = 0$ и случайная накачка в каждый момент времени Φ , а также начальные условия в виде конденсата $\Psi(0, x) = 1 + \xi(x)$ и детерминистическая накачка $\Phi = \Psi$. Рассматриваемые уравнения решаются на отрезке $[-16\pi, 16\pi]$ с периодическими граничными условиями для 10000 реализаций шума и для различных значений коэффициентов для каждого уравнения. С помощью полученных результатов исследуются статистические свойства больших волн (волн-убийц) в зависимости от сдвига по времени, шума, а также значений коэффициентов перед добавочными к НУШ членами.

2. Современное состояние проблемы. На настоящий момент существует широко распространенное мнение, что вероятность появления волны заданной амплитуды в рамках классического НУШ затухает с амплитудой согласно релеевскому распределению. Кроме того, существует ряд исследований, в которых обнаружены отклонения от релеевского затухания (или экспоненциального для распределения вероятности встретить заданный квадрат амплитуды) при добавлении высшей дисперсии и/или рамановского рассеяния (см. например G. Genty *et al*,

Collisions and turbulence in optical rogue wave formation, Physics Letters A 374 (2010) 989-996). Общим недостатком данных работ является небольшой массив статистических данных (1000 реализаций), из-за чего утверждаемое нерелеевское затухание оказывается на грани обнаружения. Для остальных уравнений проблема не изучена.

3. Полученные результаты. В настоящий момент удалось установить появление не-релеевских хвостов в системах (1), (2) и (5)-(6) в случае отсутствия затухания и накачки. В присутствии затухания и накачки вероятность появления больших волн для систем (5)-(6) затухает релеевским образом. Система (4) демонстрирует релеевскую статистику амплитуды волн. Исследование системы (3) продолжается. К настоящему моменту подготовлена к публикации одна работа: D.S. Agafontsev, V.E. Zakharov, *Rogue waves statistics in the framework of one-dimensional Generalized Nonlinear Schrodinger Equation*, arXiv:1202.5763v3. Кроме того, готовится к публикации еще одна работа, посвященная исследованию статистики волн-убийц в системах с насыщаемой нелинейностью (5)-(6).

4. Эффект от использования кластера в достижении целей работы. Использование кластера является необходимым при выполнении данной работы, так как приходится исследовать каждое уравнение для различных вариантов коэффициентов перед добавочными к НУШ членами, и при этом для каждого набора коэффициентов набирать достаточную для исследований статистику (10000 реализаций шума). В частности, только на исследование уравнения (4) в пересчете на 1 ядро уже потрачено около 200 тысяч часов работы.

5. Иллюстрации, визуализация результатов.

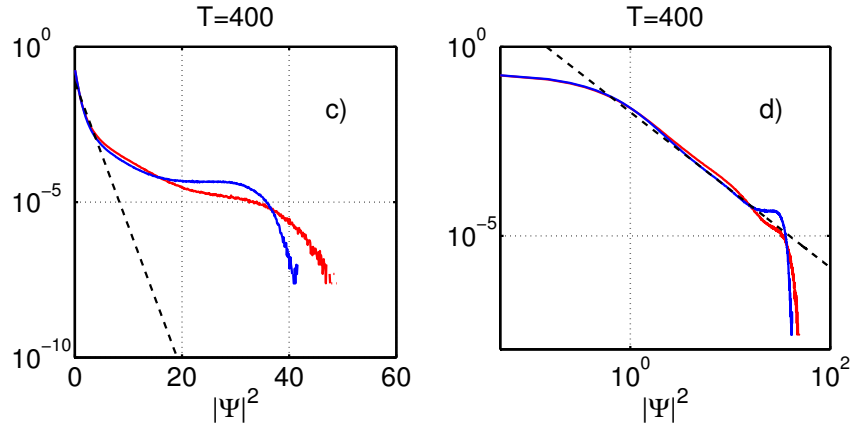


Рис. 1: Сплошные линии - вероятность появления заданного квадрата амплитуды волны в логарифмическом по оси ординат (c) и двойном логарифмическом масштабах (d) в зависимости от квадрата амплитуды для обобщенного НУШ с учетом 6- и 8-волновых взаимодействий (1) при значениях коэффициентов $\alpha = 0.040$, $\beta = 0.001$ (красная кривая) и $\alpha = 0.064$, $\beta = 0.002$ (синяя кривая) при сдвиге по времени $t = 400$ от начального распределения $\Psi = 1 + \xi(x)$, $|\xi(x)| \ll 1$. Пунктирные линии - экспоненциальное (релеевское) распределение для (c) и степенной хвост для (d). Линейная часть графика (d) демонстрирует затухание степенным образом от $|\Psi|^2 = 3$ до $|\Psi|^2 = 20$.

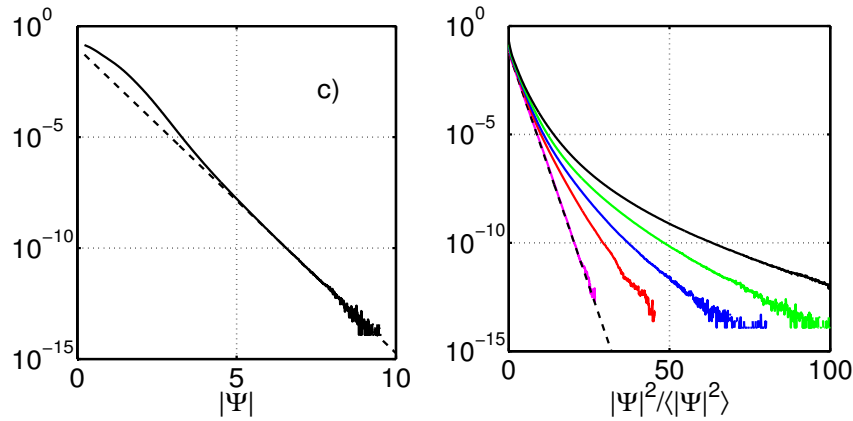


Рис. 2: Сплошные линии - вероятность появления заданного квадрата амплитуды волны в логарифмическом по оси ординат масштабе в зависимости от (c) амплитуды волны $|\Psi|$ и (d) нормированного на единицу квадрата амплитуды волны $|\Psi|^2 / \langle |\Psi|^2 \rangle$ для обобщенного НУШ с учетом 6-волнового рассеяния, а также накачки и затухания (2) при $d_l = 0.04$, $d_n = 0.0004$, $p = 0.05$ и (c) $\alpha = 0.128$, (d) $\alpha = 0$ (фиолетовый), $\alpha = 0.032$ (красный), $\alpha = 0.064$ (синий), $\alpha = 0.128$ (зеленый) и $\alpha = 0.256$ (черный) в статистически установившемся состоянии. Пунктирные линии - экспоненциальное (релеевское) распределение. График (c) демонстрирует наличие не-релеевского хвоста, а (d) - рост вероятности появления волны большой амплитуды при увеличении 6-волнового взаимодействия.

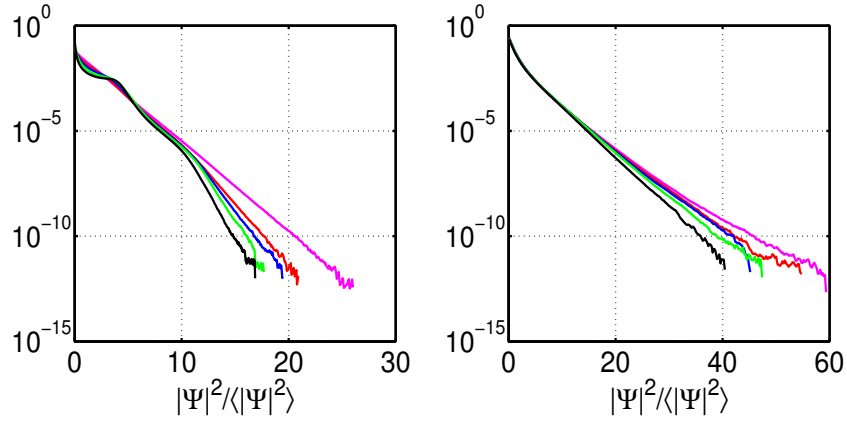


Рис. 3: Сплошные линии - вероятность появления заданного квадрата амплитуды волны в логарифмическом по оси ординат масштабе в зависимости от нормированного на единицу квадрата амплитуды волны $|\Psi|^2 / \langle |\Psi|^2 \rangle$ для обобщенного НУШ с насыщаемой нелинейностью, накачкой и затуханием (6) при $d_l = 0.0256$, $d_n = 0.0002$, $p = 1.6$ для случая нулевого начального условия и случайной накачки (слева) и при $d_l = 0.04$, $d_n = 0.0004$, $p = 0.05$ для случая начальных условий в виде конденсата и детерминистической накачки (справа) для $\alpha = 0$ (фиолетовый), $\alpha = 0.02$ (красный), $\alpha = 0.04$ (синий), $\alpha = 0.08$ (зеленый) и $\alpha = 0.16$ (черный) в статистически установившемся состоянии. Оба графика демонстрируют (экспоненциальное) релеевское затухание для вероятности появления волны достаточно большой амплитуды.

Перечень публикаций, содержащих результаты работы:

D.S. Agafontsev, V.E. Zakharov, *Rogue waves statistics in the framework of one-dimensional Generalized Nonlinear Schrodinger Equation*, arXiv:1202.5763v3.

Ваши впечатления от работы вычислительной системы и деятельности ИВЦ НГУ, а также Ваши предложения по их совершенствованию:

Вычислительная система работает достаточно стабильно, специальных предложений по совершенствованию системы нет.