

Отчет о работе, выполненной на оборудовании Информационно-вычислительного центра ИГУ.

Наименование работы: Экстремальная генерация волн-убийц из частично когерентных волн узкого спектра.

Состав коллектива исполнителей: Агафонцев Дмитрий Сергеевич^(a,b), к.ф.-м.н., с.н.с.

^(a) Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Нахимовский проспект 36, 117997 Москва, Россия.

^(b) Сколковский институт науки и технологий, Большой бульвар 30, стр.1, 121205 Москва, Россия.

Контакты:

Агафонцев Дмитрий Сергеевич, Dmitry.Agafontsev@gmail.com

Работа по гранту: Государственное задание ИО РАН на 2021 год, грант 0128-2021-0003, координатор Гулев С.К.

Научное содержание работы.

1. Постановка задачи. В рамках фокусирующего одномерного нелинейного уравнения Шредингера (НУШ),

$$i\psi_t + \psi_{xx} + |\psi|^2\psi = 0, \quad (1)$$

мы исследуем численно интегрируемую турбулентность развивающуюся из частично когерентной волны (ЧКВ), представляющей собой суперпозицию линейных волн с заданным спектром и случайными фазами. Известно, что эволюция системы из таких начальных условий характеризуется неэкспоненциальным распределением интенсивности и повышенной частотой появления волн-убийц, причем отклонение от экспоненциального распределения тем больше, чем уже спектр начальной ЧКВ. В данной работе исследуется фундаментальный предельный случай очень узкого спектра начальной ЧКВ. Численное исследование этого предельного случая осложняется двумя обстоятельствами. Во-первых, для адекватного разрешения начального спектра приходится брать большие ящики моделирования (т.е. для вдвое более узкого спектра придется брать вдвое больший ящик). Во-вторых, чем уже начальный спектр, тем дольше необходимо эволюционировать системе чтобы достичь статистического состояния похожего на стационарное (как выяснилось в ходе работы, это состояние очень похоже на стационарное, но статистические функции в нем все же очень медленно меняются со временем). В итоге, вдвое более узкий спектр начальной ЧКВ требует в восемь раз больше вычислительных ресурсов.

2. Современное состояние проблемы. Задача о развитии интегрируемой турбулентности из ЧКВ является хорошо изученной для случаев либо (i) достаточно широкого начального спектра, см. например [*Phys. Rev. Lett.* 114, 143903 (2015)], [*Nat. Commun.* 7, 13136 (2016)], [*Nat. Photon.* 12, 228 (2018)], [*Rev. Phys.* 5, 100037 (2020)], либо (ii) узкого начального спектра но достаточно коротких времен эволюции, см. [*Phys. Rev. Lett.* 119, 033901 (2017)], [*Phys. Rev. E*

101, 012209 (2020)], [Phys. Rev. E 100, 032212 (2019)], [Front. Phys. 8, 599435 (2021)], когда система не достигает ничего похожего на статистически стационарное состояние. До настоящего времени исследование развития интегрируемой турбулентности из ЧКВ узкого спектра на больших временах эволюции не проводилось.

3. Описание работы, включая используемые алгоритмы. Численное интегрирование НУШ (1) проводилось с помощью методов представленных в работе D.S. Agafontsev, V.E. Zakharov, *Integrable turbulence and formation of rogue waves*, Nonlinearity **28**, 2791–2821 (2015). Эти методы позволяют интегрировать НУШ на длинных временах эволюции с очень малыми ошибками в интегралах движения высокого порядка. В ходе работы было проведено несколько численных экспериментов, в которых начальные ЧКВ отличались формой или шириной спектра. В каждом численном эксперименте использовался ансамбль из 1000 начальных условий, которые отличались друг от друга только случайной реализацией фаз линейных волн, из которых составлена ЧКВ; статистические результаты этих экспериментов усреднялись по ансамблю.

4. Результаты. В ходе работы было обнаружено, что после старта эволюции из начальной ЧКВ и завершения так называемой переходной фазы, характеризующейся максимальным (нестационарным) значением момента четвертого порядка амплитуды, система переходит в так называемое квазистационарное состояние (КСС). В этом состоянии статистические функции системы очень медленно меняются в течение очень длительного времени до перехода в асимптотическое статистически стационарное состояние. В начале КСС функция плотности вероятности (PDF) $\mathcal{P}(I)$ относительной интенсивности волны $I = |\psi|^2 / \langle |\psi|^2 \rangle$ оказывается почти независимой от начального спектра и очень хорошо аппроксимируется функцией,

$$\mathcal{P}_B(I) = 2\mathcal{K}_0(2\sqrt{I}), \quad (2)$$

которая представляет собой интеграл от произведения двух экспоненциальных распределений; здесь \mathcal{K}_0 – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка. Это распределение соответствует максимально возможному стационарному значению момента четвертого порядка амплитуды $\kappa_4 = \langle |\psi|^4 \rangle / \langle |\psi|^2 \rangle^2 = 4$ и дает вероятность встретить интенсивность выше порога для волн-убийц на 1.5 порядка выше, чем в случае случайной суперпозиции линейных волн. Регулярно наблюдаются волны-убийцы с амплитудами в десять раз больше средней, и все самые большие волны, которые были изучены, очень хорошо аппроксимируются масштабированными по амплитуде рациональными бризерными решениями либо первого (бризер Перегринна), либо второго порядков. Дополнительный шум широкого спектра, наложенный на начальную ЧКВ узкого спектра, практически не влияет на наблюдаемые результаты, что открывает возможности для экспериментального наблюдения описанных явлений.

По результатам работы опубликована статья: D.S. Agafontsev, S. Randoux, P. Suret, *Extreme rogue wave generation from narrowband partially coherent waves*, Phys. Rev. E **103**, 032209 (2021).

5. Иллюстрации, визуализация результатов.

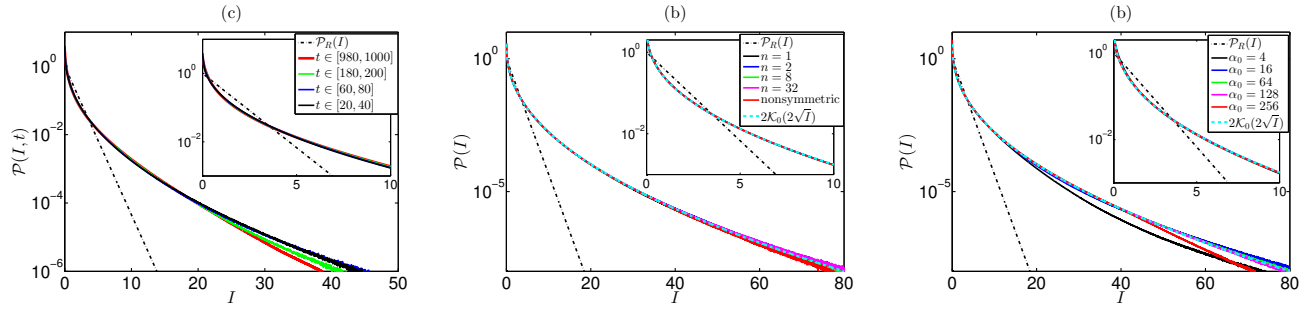


Рис. 1: Усредненные по ансамблю и различным временным интервалам функции плотности вероятности (PDF) $\mathcal{P}(I)$ относительной интенсивности $I = |\psi|^2 / \langle |\psi|^2 \rangle$. (Слева) для эксперимента с начальным уровнем нелинейности $\alpha_0 = 64$ и супер-гауссовым начальным спектром $\propto \exp[-|k/\theta|^n]$, $n = 32$, при усреднении по разным временным интервалам. Этот график показывает, что в КСС присутствует очень медленный дрейф статистических функций со временем. (Центр) для экспериментов с начальным уровнем нелинейности $\alpha_0 = 64$ и различными профилями начального спектра: экспоненциальным $n = 1$, гауссовым $n = 2$ и супер-гауссовым $n = 8$ и 32 , а также несимметричным спектром; PDF усреднены по ансамблям и временному интервалу, расположенному в начале КСС. Этот график показывает, что система не чувствует формы начального спектра, а PDF в КСС очень хорошо аппроксимируются функцией (2). (Справа) для экспериментов с супер-гауссовым начальным спектром $n = 32$ и различными уровнями начальной нелинейности $\alpha_0 = 4, 16, 64, 128$ и 256 ; PDF усреднены по ансамблям и временному интервалу, расположенному в начале КСС. Этот график показывает, что в широком интервале начальных нелинейностей α_0 распределение интенсивности волнового поля $\mathcal{P}(I)$ очень хорошо аппроксимируется функцией (2). Пунктирная линия показывает экспоненциальное распределение интенсивности $\mathcal{P}_R(I) = e^{-I}$, которое характеризует случайную суперпозицию линейных волн.

Эффект от использования кластера в достижении целей работы. Использование кластера являлось необходимым при выполнении данной работы, так как для исследований приходится набирать значительную статистику (1000 реализаций начальных условий для каждого численного эксперимента), что требует значительных вычислительных ресурсов.

Перечень публикаций, содержащих результаты работы:

1. D.S. Agafontsev, S. Randoux, P. Suret, *Extreme rogue wave generation from narrowband partially coherent waves*, Phys. Rev. E **103**, 032209 (2021). IF=2.707, doi: 10.1103/PhysRevE.103.032209.

Ваши впечатления от работы вычислительной системы и деятельности ИВЦ НГУ, а также Ваши предложения по их совершенствованию:

Вычислительная система работает достаточно стабильно, специальных предложений по совершенствованию системы нет.