

Наименование работы:

«Развитие методов и алгоритмов численного решения трехмерных задач гидродинамики»

Исполнители:

Авдюшенко А.Ю., Черный С.Г., Чирков Д.В.

Контактное лицо:

Авдюшенко Александр Юрьевич, ovalur@gmail.com.

1. Постановки задач

С использованием многопроцессорных систем ИВЦ НГУ решалась задача ускорения гидродинамических расчетов посредством распараллеливания в трех постановках:

1. Двумерное обтекание кругового цилиндра вязкой несжимаемой жидкостью. Решение этой задачи разными методами относительно просто реализовать, при этом по опыту авторов, результаты очень показательны и легко переносятся на расчеты задач со сложной геометрией.

2. Трехмерное нестационарное течение в отсасывающей трубе (ОТ) гидротурбины.

3. Расчеты реальных течений во всей гидротурбине в натурной геометрии. Расчетная область состоит из спиральной камеры, направляющего аппарата, рабочего колеса и отсасывающей трубы.

2. Современное состояние проблемы

В настоящее время моделирование трехмерных течений в областях сложной геометрии проводится на многопроцессорных системах с использованием параллельных алгоритмов для существенного сокращения временных затрат.

В мировой практике применяются как гибридные MPI-OpenMP подходы [1], так и перенос вычислений на GPU [2-3].

3. Описание проведенных работ

1. Достигнуто ускорение сходимости решения нестационарных задач методом искусственной сжимаемости как за счет усовершенствования базового алгоритма [4], так и за счет его распараллеливания.

В концепции метода искусственной сжимаемости решение нестационарных уравнений несжимаемой жидкости

$$\mathbf{R}^t \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = 0, \quad \mathbf{Q} = (p, u, v, w)^T, \quad \mathbf{R}^t = \text{diag}(0, 1, 1, 1),$$

отыскивается путем введения итераций по псевдовремени

$$\frac{\mathbf{Q}^{s+1} - \mathbf{Q}^s}{\Delta \tau} V = \mathbf{RHS}(\mathbf{Q}^{s+1}), \quad (1)$$

где правая часть \mathbf{RHS} содержит аппроксимацию производной по времени 2-го порядка и сумму численных потоков $\mathbf{F}_{m \pm 1/2}$ через грани ячейки с объемом V :

$$\mathbf{RHS}(\mathbf{Q}^{s+1}) = -\mathbf{R}^t \frac{3(\mathbf{Q}^{n+1})^{s+1} - 4\mathbf{Q}^n + \mathbf{Q}^{n-1}}{2\Delta t} V - \sum_{m=i,j,k} [\mathbf{F}_{m+1/2} - \mathbf{F}_{m-1/2}]^{s+1}$$

Схема (Ошибка! Источник ссылки не найден.) линеаризуется по Ньютону с отбрасыванием смешанных производных и членов высокого порядка аппроксимации в потоках $\mathbf{F}_{m \pm 1/2}$

$$\underbrace{\left(\frac{V}{\Delta \tau} + \left(\frac{\partial \mathbf{RHS}}{\partial \mathbf{Q}} \right)^s \right)}_{\mathbf{M}} (\mathbf{Q}^{s+1} - \mathbf{Q}^s) = \mathbf{RHS}(\mathbf{Q}^s) \quad (2)$$

Известно, что базовый алгоритм искусственной сжимаемости с приближенной LU-факторизацией неявного оператора $\mathbf{M} \approx \mathbf{M}_L \cdot \mathbf{M}_U$ и явной реализацией краевых условий требует большого числа итераций по псевдовремени для сходимости на каждом шаге по времени t .

Для достижения лучшей сходимости итераций разработан численный алгоритм с обращением нефакторизованного неявного оператора \mathbf{M} , расширенного добавлением в него неявной аппроксимации краевых условий. За счет отсутствия погрешности факторизации такой метод с точностью до отброшенных смешанных производных и членов высокого порядка совпадает с методом Ньютона, дающим второй порядок сходимости при $\Delta\tau \rightarrow \infty$. В работе [5] авторами было показано, что такой подход позволяет в десятки и даже сотни раз сократить число итераций при решении стационарных и нестационарных задач динамики идеальной жидкости. В 2014 г. изучена применимость данного подхода для ускорения сходимости при расчете вязких стационарных и нестационарных течений.

Для точного решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ большой размерности, возникающей в алгоритме с нефакторизованным неявным оператором, использовался алгоритм PARDISO, специально разработанный для решения СЛАУ с сильно разреженными матрицами (библиотека Intel MKL).

В методе PARDISO заложена возможность решать СЛАУ как прямым методом (LU-разложение), так и итерационным (стабилизированный метод сопряженных градиентов CGS для несимметричных матриц). Использование итерационного метода оправдано для решения задач, в которых необходимо получить набор решений последовательности систем уравнений с матрицами \mathbf{A} одинакового портрета и незначительно отличающимися ненулевыми элементами. Такая ситуация имеет место при решении нестационарных задач динамики жидкости методом установления по псевдовремени, описанным выше. В этом случае для первой решаемой СЛАУ, возникающей на первом шаге по псевдовремени, вычисляется ее LU-разложение, а СЛАУ на всех последующих шагах решаются итерационным методом с предобуславливанием, где в качестве предобуславливателя используется LU-разложение, полученное на предыдущем шаге. Сравнение алгоритмов проводилось на задачах вязкого стационарного ($Re=40$) и нестационарного ($Re=100$) обтекания кругового цилиндра, а также на задаче обтекания квадрата с числом Рейнольдса $Re=30$. Показано, что при решении стационарных задач использование нефакторизованной схемы с неявными краевыми условиями позволяет уменьшить число итераций в 30-100 раз (рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**) и в 2.5-10 раз сократить общее время счета.

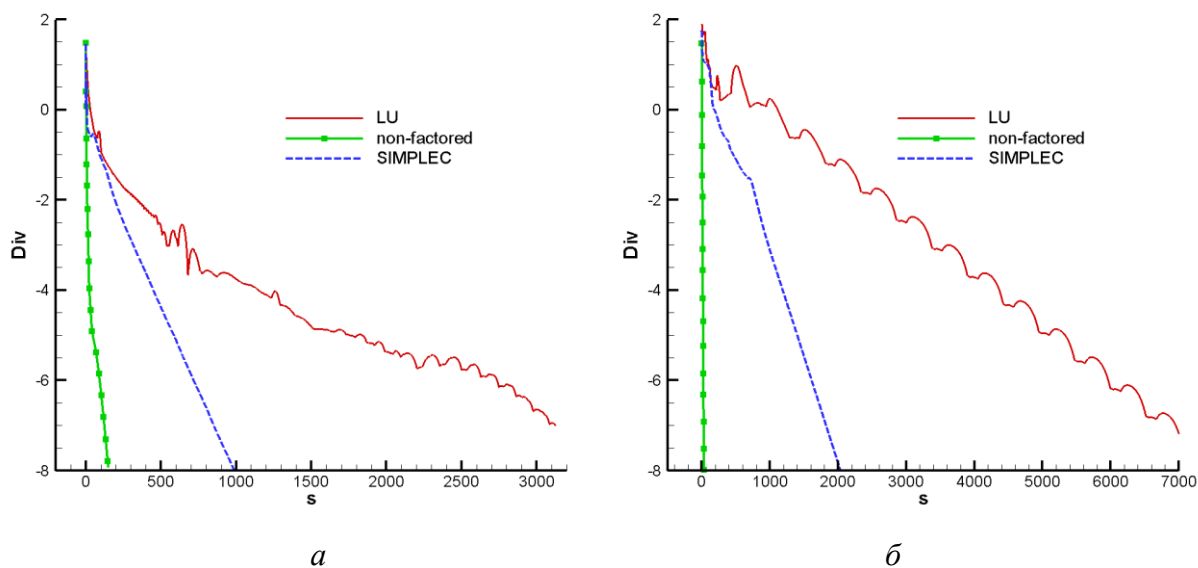


Рис. 1. Сходимость базового метода LU-факторизации, нефакторизованного метода с неявными краевыми условиями (non-factored) и проекционного метода SIMPLEC на стационарных задачах: *a* – задача обтекания кругового цилиндра ($Re=40$), *б* – задача обтекания квадрата ($Re=30$)

При решении нестационарных задач число итераций на каждом шаге по времени в нефакторизованном методе также уменьшилось примерно в 30 раз (см. рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** и рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.,a**). Невязка решения уравнений падает на 8 порядков за 20-30 итераций. Несмотря на то, что каждая итерация в нефакторизованном методе требует в несколько раз большего времени, чем в методе LU за счет точного решения СЛАУ, общее время счета для нефакторизованного алгоритма в 4-5 раз меньше, чем для LU (рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.,б**).

Таким образом, применение нефакторизованной схемы с неявными краевыми условиями дает существенный выигрыш как по числу итераций, так и по общему времени счета при решении стационарных и нестационарных задач по методу искусственной сжимаемости.

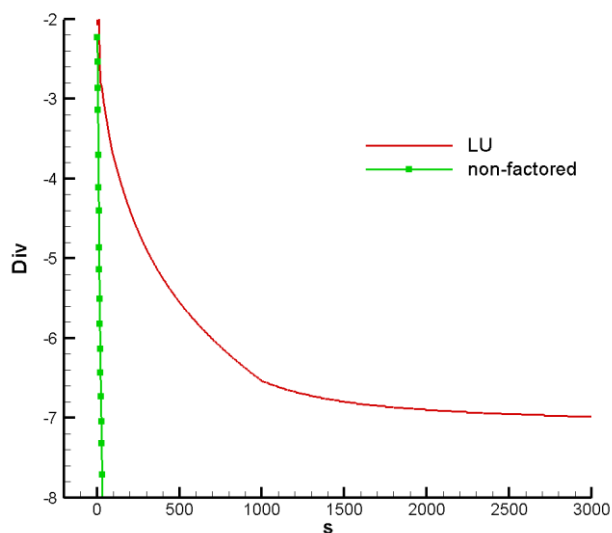


Рис. 2. Сходимость базового метода LU-факторизации и нефакторизованного метода с неявными краевыми условиями (non-factored) на нестационарной задаче обтекания кругового цилиндра ($Re=100$)

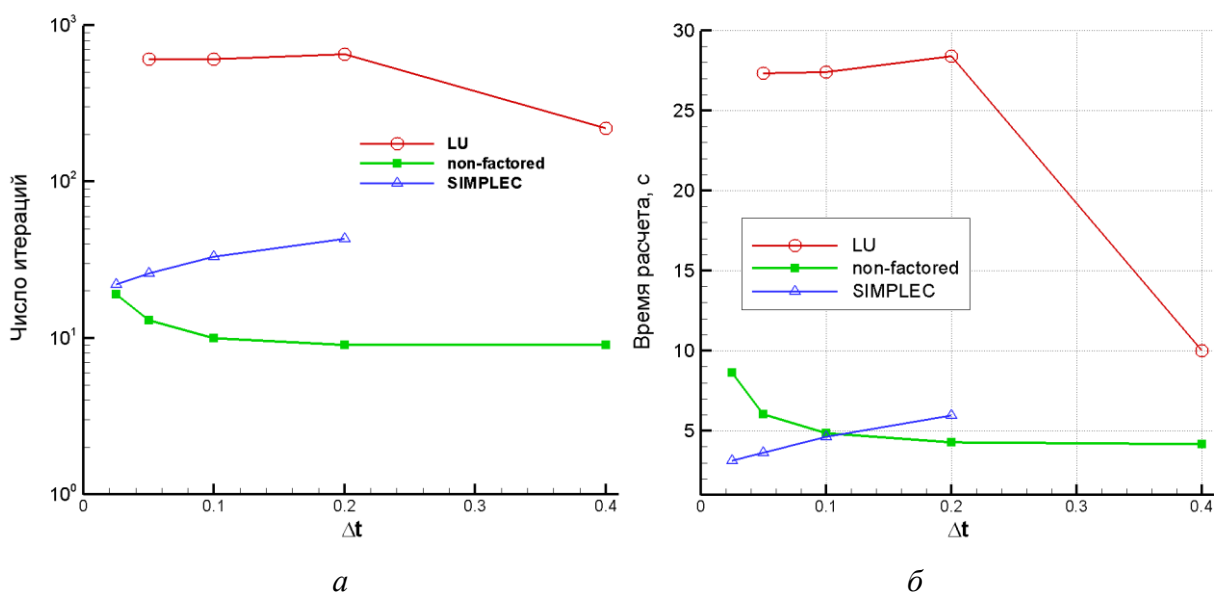


Рис. 3. Сравнение скорости сходимости (а) и времени счета (б) базового метода LU-факторизации, нефакторизованного метода с неявными краевыми условиями (non-factored) и метода SIMPLEC на нестационарной задаче обтекания квадрата ($Re=100$)

Существенный резерв для ускорения счета нестационарных задач предоставляет распараллеливание алгоритма, как на явном, так и неявном полушагах. Алгоритм LU-факторизации в 2014 году эффективно распараллелен путем организации специального волнового обхода расчетной области. В алгоритме LU-факторизации нахождение

неизвестных значений на $(s+1)$ -м слое разбивается на два этапа, каждый из которых реализуется бегущим счетом. При использовании последовательной схемы вычисления (рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, а) одновременно можно вычислить значения только в двух узлах сетки (выделены квадратами), что не позволяет эффективно распараллелить цикл. При волновом обходе расчетной области последовательно вычисляются неизвестные величины в ячейках (i,j,k) , удовлетворяющих условию $i + j + k = \text{const}$ (рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, б). Расчет всех неизвестных на таком «косом» слое может быть проведен независимо, что позволяет эффективно распараллелить цикл. Отметим, что эффективность такого распараллеливания тем выше, чем больше размер сетки.

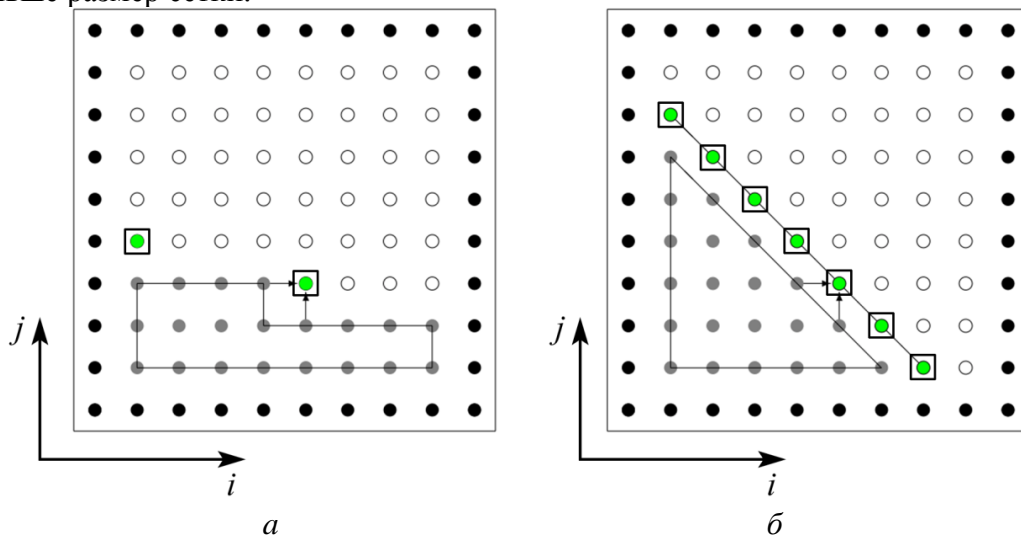


Рис. 4. Последовательная (а) и волновая (б) схемы бегущего счета на первом дробном шаге алгоритма LU-факторизации

Для базовой схемы с LU-факторизацией и нефакторизованной схемы с неявными краевыми условиями реализовано гибридное MPI+OpenMP распараллеливание. В этом подходе для обмена данными между различными блоками расчетной области используется стандарт MPI, а для ускорения счета внутри одного блока используется распараллеливание над общей памятью по стандарту OpenMP. Применение распараллеленной схемы LU-факторизации позволило сократить время счета в 4 раза для задачи обтекания цилиндра с $Re=100$ и в 7 раз на трехмерной задаче о пульсациях кавитационной полости за рабочим колесом гидротурбины при расчете на многопроцессорной ЭВМ с 12-ядерными процессорами.

Сравнение различных вариантов проекционных было проведено с использованием пакетов ANSYS Fluent, в котором реализованы как методы SIMPLE, SIMPLEC, так и подход совместного решения на шаге коррекции (coupled).

В табл. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, **Ошибка! Источник ссылки не найден.** представлены результаты сравнения алгоритмов на задачах стационарного и нестационарного обтекания цилиндра. В табл. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** показано сравнение времени счета алгоритмов LU и SIMPLEC из пакета ANSYS CFX при моделировании нестационарного трехмерного течения в отсасывающей трубе (ОТ) гидротурбины. В заключение п.2 следует отметить, что задачу ускорения расчета трехмерного нестационарного течения несжимаемой жидкости следует решать комплексно с использованием как концепции искусственной сжимаемости, так и проекционных методов.

Таблица 1. Стационарное обтекание цилиндра ($Re = 40$)

	Метод	Число ядер	Время, счета, с
Методы искусственной сжимаемости	LU	1	16
	LU, parallel, OpenMP	12	4
	Non-factored (PARDISO)	1	6
	Fluent, SIMPLE, MPI	12	11

Проекционные методы	Fluent, SIMPLEC, MPI	12	4
	Fluent, coupled, MPI	12	0.36
	CFX, SIMPLEC, MPI	12	4

Таблица 2. Нестационарное обтекание цилиндра ($Re = 100$) на одном вычислительном ядре

Метод	Время расчета одного периода, с	Среднее число внутр. итераций
LU	59	45
Non-factored (PARDISO)	15	6
SIMPLEC	68	9
Fluent, SIMPLEC	24	7
Fluent, coupled	67	5

Таблица 3. Время расчета нестационарного течения в ОТ гидротурбины.

Метод	Число Ядер	Время расчета одного шага, с	Среднее число внутр. итераций
LU	1	173.00	600
LU, parallel, OpenMP	12	38.00	600
CFX, SIMPLE	1	18.52	4
CFX, SIMPLE, MPI	12	4.78	4

Разработанные в 2014 г. алгоритмы распараллеливания расчета нестационарных трехмерных течений, позволившие уменьшить время расчета в 7 раз, применены для исследования нестационарных явлений в гидравлических турбомашинах, а именно вихревого жгута в режимах неполной нагрузки и продольных автоколебаний давления и кавитационной полости в отсасывающей трубе в режимах максимальной нагрузки.

Известно, что в режимах неполной нагрузки в конусе отсасывающей трубы гидротурбины формируется прецессирующий вихревой жгут (изображен на рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**), вызывающий сильные пульсации давления на стенках трубы. Расчеты этого явления проведены в двух постановках, фактически отличающихся размером расчетной области:

1. Постановка **АКО**. Расчетная область: «направляющий аппарат – рабочее колесо – отсасывающая труба» с условиями цикличности в направляющем аппарате и рабочем колесе.
2. Постановка **О**. Расчетная область: одна отсасывающая труба. Поле скорости на входе в отсасывающую трубу предполагалось осесимметричным и бралось из расчетов в постановке **АКО**.

На рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** показана блочно-структурированная сетка для постановки **АКО**. Шаг по времени $\Delta t = 0.02$, что соответствует $1/24$ периода вращения рабочего колеса. В каждой постановке рассчитано пять режимов работы: $N = 240, 260, 275, 290, 310$ МВт. Расчеты проведены с использованием распараллеленного LU-алгоритма (CADRUN) по следующим моделям течения жидкости: модель идеальной жидкости (уравнения Эйлера), вязкая модель (осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса) с $k-\epsilon$ моделью турбулентности Кима-Чена, и вязкая модель с использованием SST $k-\omega$ модели турбулентности. Расчет по последней модели проведен с использованием ANSYS CFX. На рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** визуализирован полученный в расчетах вихревой жгут. На рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** сравниваются пульсации давления на стенке трубы, а на рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** – пульсации потерь энергии в трубе, полученные по рассмотренным моделям течения.

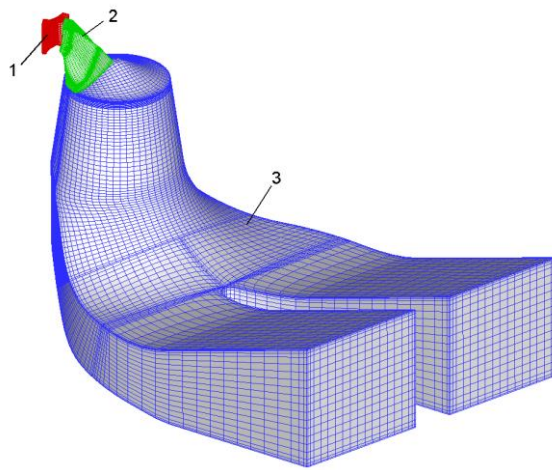


Рис. 5. Сетка в расчетной области АКО: 1 – межлопаточный канал направляющего аппарата; 2 – межлопастной канал рабочего колеса; 3 – отсасывающая труба

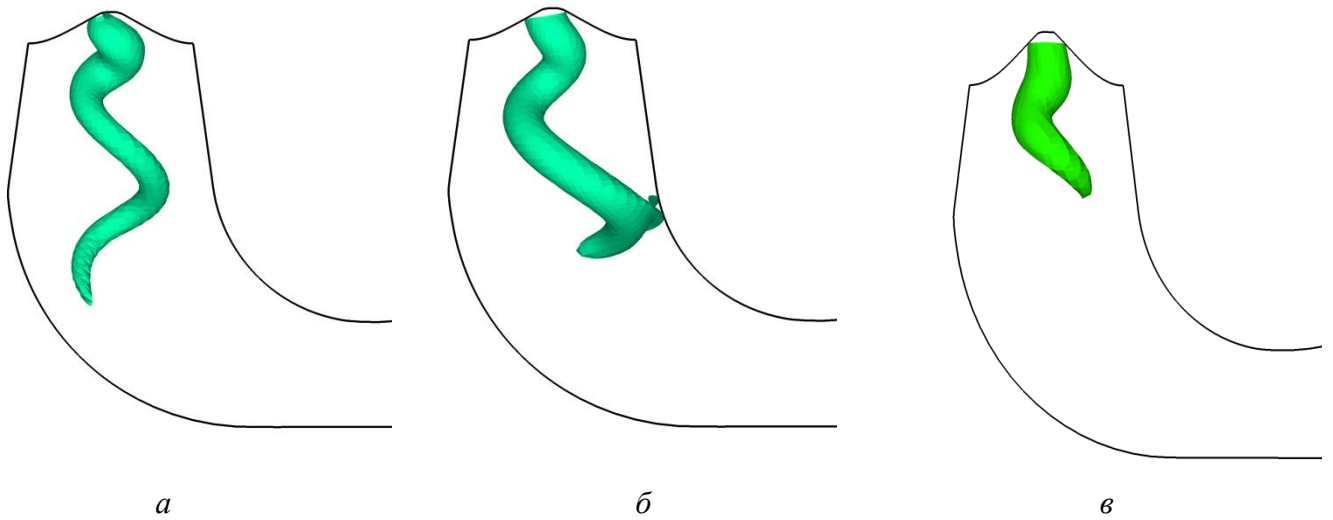


Рис. 6. Вихревые жгуты в отсасывающей трубе гидротурбины: *a* – модель идеальной жидкости, *б* – модель турбулентности Кима-Чена, *в* – SST модель

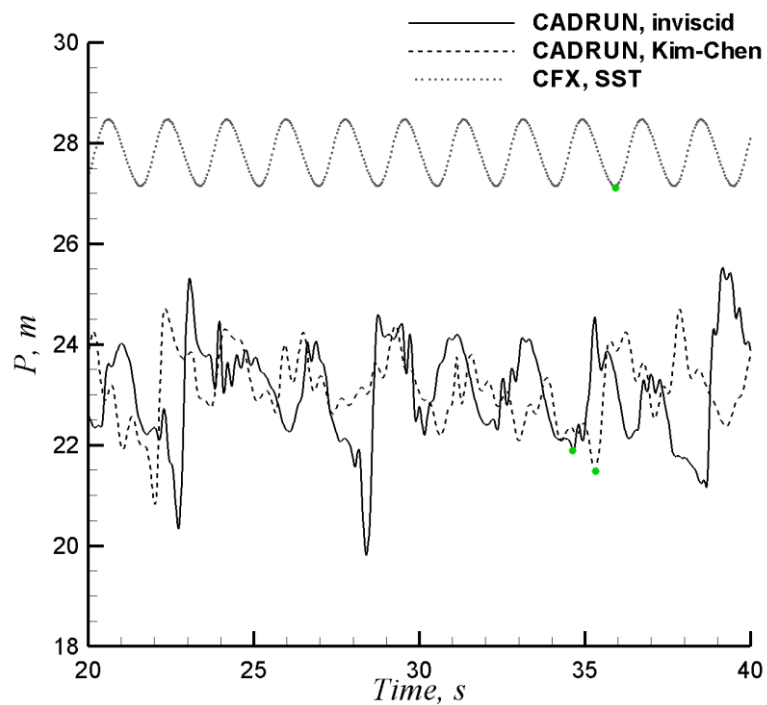


Рис. 7. Пульсации давления на стенке отсасывающей трубы

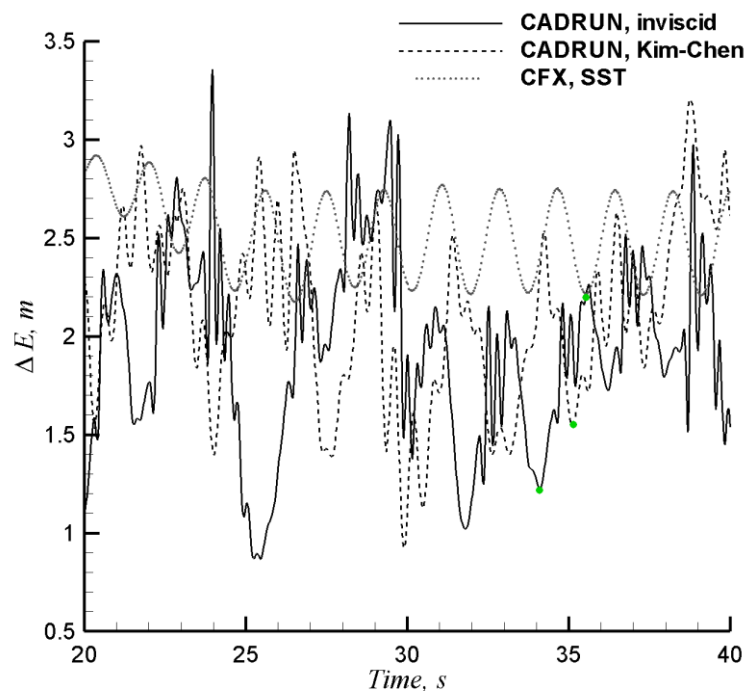


Рис. 8. Пульсации потерь энергии в отсасывающей трубе

Литература

1. D. J. Mavriplis, Parallel Performance Investigations of an Unstructured Mesh Navier-Stokes Solver // *Int. J. of High Performance Computing Applications*. — 2002. — vol. 16, No 4. — P. 395-407.
2. T. Brandvik, G. Pullan, An Accelerated 3D Navier–Stokes Solver for Flows in Turbomachines // *Journal of Turbomachinery*. — 2010. — vol. 133(2), 021025. — P. 1-9.
3. J. Thibault, I. Senocak, Accelerating incompressible flow computations with a Pthreads-CUDA implementation on small-footprint multi-GPU platforms // *The Journal of Supercomputing*. — 2012. — vol. 59. — P. 693-719.
4. Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н., Скорospelов В.А., Шаров С.В. Численное моделирование течений в турбомашине – Новосибирск: Наука. – 2006. – 202 с.
5. Ешкунова И.Ф., Черный С.Г., Чирков Д.В. Ускорение сходимости решения нестационарных задач динамики несжимаемой жидкости // *Вычислительные технологии*. – 2011. – Т. 16, № 5. – С. 30-49.

Список публикаций

- [1] Панов Л.В., Чирков Д.В., Черный С.Г., Пылев И.М. Численное моделирование пульсационных процессов в проточном тракте гидротурбины на основе трехмерной модели кавитационного течения // *Теплофизика и аэромеханика*. – 2014. – Т. 21, № 1. – С. 33-45.
- [2] Авдюшенко А.Ю. Сравнение различных методов решения задач динамики несжимаемой жидкости по времени счета // *XV всероссийская конф. молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям* (г. Тюмень, 29-31 октября 2014 г.), Тюмень, 2014, С. 16-17.
- [3] Авдюшенко А.Ю. Новые численные модели гидродинамики турбомашин: Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.ф.-м.н. Новосибирск, 2014. – 20 с.
http://dissovet.sbras.ru/SBdisdocs/avdyushenko2014/Avdyushenko_abstract.pdf