

Тема проекта

Разработка математических методов и комплексов программ для построения изображений земных недр с использованием суперЭВМ

Состав коллектива: Терехов Андрей Валерьевич, ИВМиМГ СО РАН, к.ф.-м.н.

Научное содержание работы:

Постановка задачи.

В проекте рассмотрены математические модели и предложены новые численные методы для решения обратных задач восстановления изображений земных недр по сейсмическим данным, которые являются первостепенными задачами вычислительной сейсморазведки, так как сейсмическое изображение геологического объекта является основным результатом обработки данных полевых наблюдений. Для этого в рамках проекта необходимо разработать новые спектрально-разностные методы высоких порядков точности для решения одностороннего волнового уравнения ("one-way wave equation"). Методы представляют собой комбинацию интегрального преобразования Лагерра по времени и конечно-разностной аппроксимации по пространству.

Задачами проекта являются: в рамках решения обратной задачи сейсморазведки, на основе миграционных преобразований разработать новые численные методы высокого разрешения для построения изображений земных недр как для двумерной, так и трехмерной геометрии; разработка параллельных численных методов для решения задачи глубинной миграции с применением суперкомпьютеров, объединяющих тысячи процессоров.

Современное состояние проблемы (на момент начала работы).

Восстановление изображения земной коры по зарегистрированным сейсмическим данным – одна из фундаментальных задач сейсморазведки при поиске полезных ископаемых (нефти, газа). Метод общей глубинной точки (метод ОГТ) на сегодняшний день является основным способом сейсморазведки, основанный на многократной регистрации и последующем накапливании сигналов сейсмических волн. Получаемые в процессе полевых работ сейсмограммы содержат множество нежелательных волн-помех (обменные, кратные, поверхностные волны и т.д.) и шумов, поэтому регистрируемые сейсмические сигналы предварительно обрабатываются множеством алгоритмов, в том числе, с применением суперкомпьютеров. Зарегистрированные сейсмограммы сначала подвергаются предварительным процедурам обработки (устранение шумов, деконволюция, введение статических и кинематических поправок, построение модели среды), а затем посредством алгоритмов миграции преобразуются в глубинный разрез для последующей интерпретации. В отличие от алгоритмов инверсии, которые позволяют восстанавливать (по крайней мере теоретически) физические параметры среды (скорость, плотность ...), миграционное преобразование - это процедура, с помощью которой из временного сейсмического разреза получают изображение, на котором положение отражающих границ в среде показано правильно, т.е. осуществляется преобразование зарегистрированных сейсмических данных из области (x,t) в область (x,z) (с поверхности земли в глубину). Это позволяет выделить границы различных по физическим свойствам неоднородностей (нефтегазовые пласты, соляной купол...). С математической точки зрения

миграция реализуется как линейный оператор, фокусирующий каждую рассеянную волну в точку рассеяния.

Существует несколько принципиально различных подходов к определению оператора глубинной миграции: на основе интеграла Кирхгоффа, миграционные преобразования в частотных областях (или смешанных частотно-пространственных, частотно-временных областях), миграционное преобразование на основе волнового уравнения (reverse time migration) или его параболического приближения (one-way equation). Все эти подходы не являются взаимозаменяемыми, так как имеют свою область применения и вычислительную сложность. На практике часто используемыми в рамках глубинной миграции являются два подхода: на основе интеграла Кирхгоффа и на основе параболического приближения волнового уравнения (one-way equation techniques). Реализация последнего подхода, как более общего, будет рассмотрена в данном проекте.

Подробное описание работы, включая используемые алгоритмы.

В проекте рассматривается постановка для обратной задачи восстановления изображений земных недр на основе процедуры волновой миграции сейсмических данных посредством решения одностороннего волнового уравнения $du/dz = (-1)^{(1/2)} \omega/c * (1 - c^2/\omega^2 * (k^2))^{(1/2)} u$, которое описывает распространение волн только в положительном или отрицательном выбранном направлении (рис. 3) и может быть получено из классического волнового уравнения в фурье пространстве. Впервые идея одностороннего волнового уравнения была сформулирована в работе М.А. Леонтовича и В.А. Фока в 40-х годах в рамках модели распространения электромагнитных волн в ионизированных слоях атмосферы Земли. В дальнейшем более сложные математические модели на основе одностороннего волнового уравнения были рассмотрены в задачах сейсморазведки (Дж. Клаербоут), для моделирования процесса распространения звуковых волн в океане (F.D. Tappert, M.D. Collins), а также для построения численных процедур неотражающих граничных условий (E.L. Lindman, B. Engquist, A. Majda, Б.Г. Михайленко) и многих других.

Для эффективной реализации спектрально-разностных алгоритмов необходимо иметь в своём распоряжении устойчивые и экономичные вычислительные процедуры для выполнения интегрального преобразования. Для этого в проекте рассмотрены проблемы численной реализации интегрального преобразования Лагерра, разработаны новые экономичные и устойчивые методы для его вычисления. Для этого предложен метод на основе решения уравнения переноса. Предлагаемый способ реализации преобразования Лагерра имеет несколько существенных преимуществ по сравнению с непосредственным вычислением значений несобственных интегралов от быстро осциллирующих функции Лагерра. Во-первых, гарантируется устойчивость расчёта и невозникновение ситуаций типа "overflow" и "underflow" для любых значений аргумента и порядков n функций Лагерра. Во-вторых, расчёты могут быть выполнены с одинарной 32-битной вещественной точностью, что увеличивает производительность вычислений за счёт более высокой степени их векторизации. В-третьих, несмотря на сильные осцилляции функций Лагерра вблизи начала координат, спектральный подход не требует использования неравномерных сеток или квадратур высокого порядка, чтобы сохранять заданную точность на всем интервале аппроксимации.

Для решения одностороннего волнового уравнения для аппроксимации пространственных производных используется только метод конечных разностей без вспомогательных диссипативных процедур, стабилизирующих неустойчивое решение. Для этого были исследованы вопросы устойчивой конечно-разностной аппроксимации. Для аппроксимации второй производной по пространству предлагается использовать DRP-метод C.K.W. Tam и J.C. Webb, который сохраняет дисперсионное соотношение. Для одностороннего волнового уравнения данный подход использован впервые. Например, используя схему двенадцатого порядка аппроксимации, можно проводить расчёты с требуемой точностью при достаточно малом числе узлов сетки на характерную длину волны. Для аппроксимации производной d/dz реализована схема Кранка – Николсона второго порядка точности. Отдельно исследуется вопрос экономичного решения систем линейных алгебраических уравнений, возникающих в рамках спектрально-разностной аппроксимации одностороннего волнового уравнения. В проекте предлагается посредством дополнения Шура и последующих матричных преобразований исходную систему линейных алгебраических уравнений преобразовать к ленточному виду, удобному для её решения алгоритмом дихотомии, разработанного ранее руководителем проекта Тереховым А.В. для решения блочно-трехдиагональных систем линейных алгебраических уравнений на СуперЭВМ. Для повышения порядка аппроксимации со второго до четвёртого для z -направления рассмотрен метод Ричардсона (L.F. Richardson, В.В. Шайдуров, Г.И. Марчук). Вычислительные эксперименты показали, что односторонние разностные схемы высоких порядков точности не позволяют устойчиво экстраполировать волновое поле, однако, было установлено, что метод Ричардсона не только позволяет повысить порядок точности, но и стабилизировать неустойчивость решения. Неустойчивость обусловлена тем, что подкоренное выражение в рамках Паде-аппроксимации псевдодифференциального уравнения может принимать отрицательные значения, в этом случае левая часть принимает комплексные значения, тогда как правая часть остаётся всегда вещественной. Такая несогласованность приводит к росту амплитуд для неоднородных волн, которые должны были затухать экспоненциально. Более того, знаменатель в правой части может быть сколь угодно близким к нулю, что также обуславливает неустойчивость расчётов. Показано, что предлагаемый спектрально-разностный метод на основе комбинации преобразования Лагерра и конечно-разностных схем высоких порядков точности позволяет устойчиво экстраполировать волновое поле с поверхности в глубину.

В проекте рассмотрены более экономичные по сравнению с методом Ричардсона, но неустойчивые многошаговые схемы Адамса высоких порядков точности. Для обеспечения устойчивости расчётов с использованием многошаговых схем сначала для одномерного одностороннего волнового уравнения, а затем и для двумерного и трехмерного случаев были разработаны новые стабилизирующие процедуры на основе сплайн-фильтрации, подавляющей неустойчивые высокочастотные компоненты решения. Такой подход позволил также стабилизировать метод типа предиктор-корректор, в рамках которого для рассматриваемого одностороннего волнового уравнения разностная задача для эллиптических уравнений высоких порядков заменяется на серию разностных задач для эллиптических операторов второго порядка.

Несмотря на то что метод Ричардсона более вычислительно затратен, чем многошаговые схемы Адамса, не следует полностью отказываться от его применения. Во-первых, метод

Ричардсона обладает большей численной диссипацией, что позволяет рассчитывать неоднородные скоростные модели без их предварительного сглаживания, также дополнительная устойчивость не будет избыточной при рассмотрении одностороннего волнового уравнения для упругой модели. Во-вторых, метод Ричардсона может быть использован для вычисления начальных значений для многошаговых методов, которые не являются самостартующимися. Как правило, для решения этой проблемы применяются схемы типа Рунге – Кутты, однако в рамках метода Лагерра они не обеспечивают требуемой точности из-за сильной численной диссипации. Комбинация сплайн-фильтрации, многошаговых методов Адамса и преобразования Лагерра является взаимодополняющей. Экспериментально было проверено, что замена методов Адамса на схемы на основе конечных разностей "назад" не позволяет обеспечить устойчивости счёта посредством предлагаемых стабилизирующих процедур. Также как замена преобразования Лагерра на преобразование Фурье по времени делает сплайн-фильтрацию бессмысленной, так как в этом случае решение для каждой гармоники определяется независимо начальными условиями на дневной поверхности.

В рамках решения одностороннего волнового уравнения в контексте процедуры, известной как волновая миграция сейсмических данных, было проведено сравнение с широко известными алгоритмами (рис. 4). Разработанные спектрально-разностные алгоритмы протестированы в контексте процедур волновой миграции для построения изображений земных недр. Показано, что спектрально-разностные алгоритмы позволяют устойчиво восстанавливать изображения земных недр как на основе миграции до суммирования, так и после суммирования. Для аппроксимации исходных сейсмограмм рядами Лагерра были использованы разработанные в проекте методы вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций. Посредством спектрально-разностных алгоритмов волновой миграции были выполнены 2D/3D расчёты для обработки реальных сейсмограмм для районов Западной и Восточной Сибири (рис. 5, 6,7).

Для успешного выполнения проекта был решен существенный спектр задач вычислительной математики, разработано программное обеспечение (пакет Horizon 2d/3d) для суперЭВМ. На вычислительных экспериментах по обработке данных полевых наблюдения показана эффективность, точность и главное устойчивость предлагаемых подходов. Можно с уверенностью утверждать, что разработанные новые численные процедуры для решения одностороннего волнового уравнения безусловно превосходят существующие алгоритмы. В первую очередь по устойчивости и надежности. Таким образом, все плановые задания проекта выполнены.

Полученные результаты.

Результаты, полученные в ходе реализации проекта, соответствуют высокому мировому уровню. Отличительной особенностью разработанных алгоритмов, методов и программ является высокая производительность, точность и устойчивость по сравнению с существующими подходами для решения одностороннего волнового уравнения. Для успешного завершения проекта были проведены исследования в следующих областях вычислительной математики: решение систем линейных алгебраических уравнений, построение и исследование устойчивости конечно-разностных схем для экстраполяции волновых полей, разработка быстрых процедур вычисления интегральных и дискретных преобразований. Все эти проблемы представляют значительных интерес и исследуются

многими группами ученых. В проекте удалось предложить быстрое преобразование Лагерра, что является, безусловно, новым результатом. Также впервые был построен устойчивый спектрально-разностный метод решения одностороннего волнового уравнения. Несмотря на то что данная задача была сформулирована в начале 70-ых годов (Дж. Клаербуут, Сейсмическое изображение земных недр, 1989), ее решение в полной мере удалось получить только сейчас. Этому способствовало разработка в проекте метода сплайн фильтрации с целью обеспечения устойчивости разностной аппроксимации. Практическое применение спектрально-разностного алгоритма в задачах сейсмологии показало перспективность предлагаемого подхода по сравнению с существующими. Это объясняется тем, что, во-первых, не требуется решать знаконеопределенные системы линейных алгебраических уравнений. Во-вторых, сходящаяся аппроксимация для пространственных производных в отличие от существующих методов, построенных на основе неэквивалентных математических преобразований, позволяет с достаточной точностью воспроизводить кинематику волн. Это позволяет с большей точностью обеспечивать фокусировку волн на дифракторах, тем самым восстанавливая изображения земных недр по данным сейсмических наблюдений, зарегистрированных на поверхности.

Важнейшие результаты, полученные при реализации Проекта

1. Разработан и исследован новый алгоритм волновой миграции для построения изображений земных недр на основе решения одностороннего волнового уравнения. Построены новые устойчивые спектрально-разностные методы решения одностороннего волнового уравнения для экстраполяции волнового поля с поверхности в глубину.
2. На основе процедуры сплайн-фильтрации и экстраполяции Ричардсона разработаны новые алгоритмы позволяющие стабилизировать как неустойчивость решения одностороннего волнового уравнения, так и неустойчивость разностных схем высоких порядков точности.
3. Предложен новый численный метод интегрирования быстро осциллирующих функций для вычисления коэффициентов разложения ряда Лагерра. Разработан новый экономичный алгоритм расчёта интегрального преобразования Лагерра для аппроксимации функций на больших интервалах.
4. В рамках программного комплекса Horizon 2d/3d предложена параллельная реализация миграции до суммирования для построения изображений земных недр.

Иллюстрации, визуализация результатов.

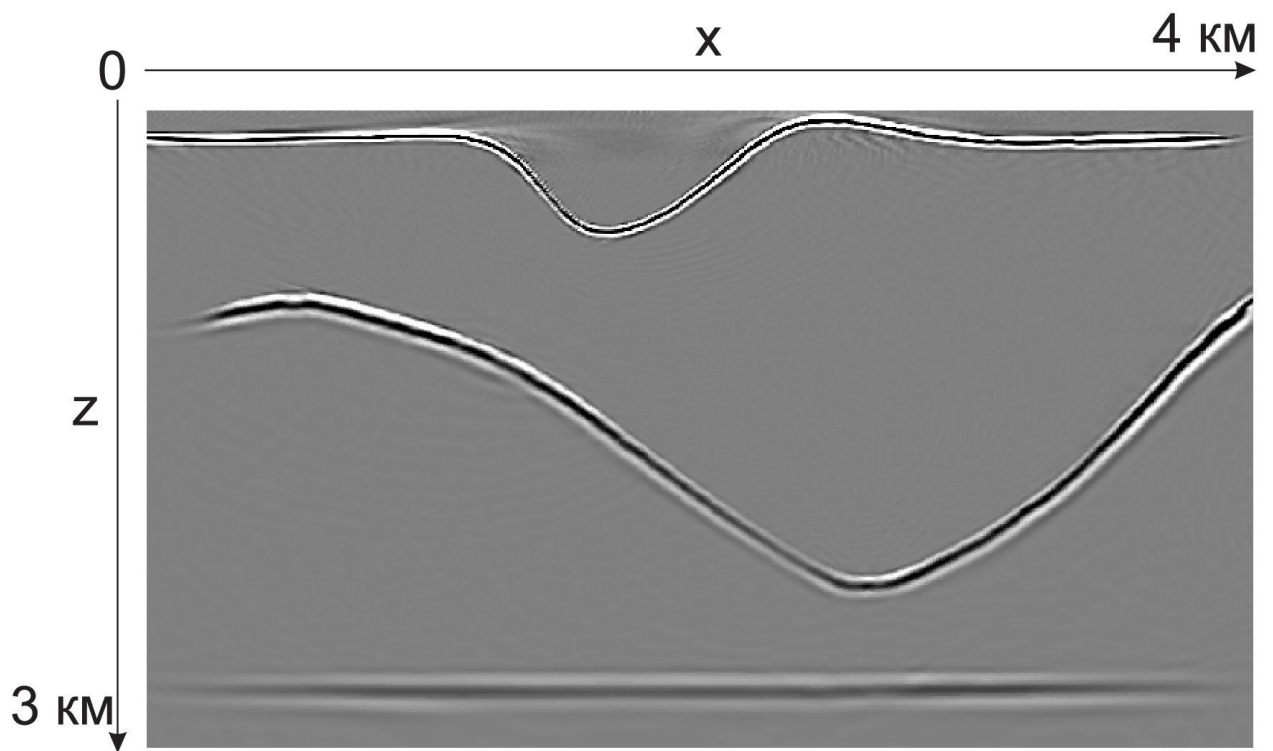


Рис. 1: Глубинное изображение для модели среды на рис.2, полученное методом волновой миграции до суммирования на основе решения одностороннего волнового уравнения;

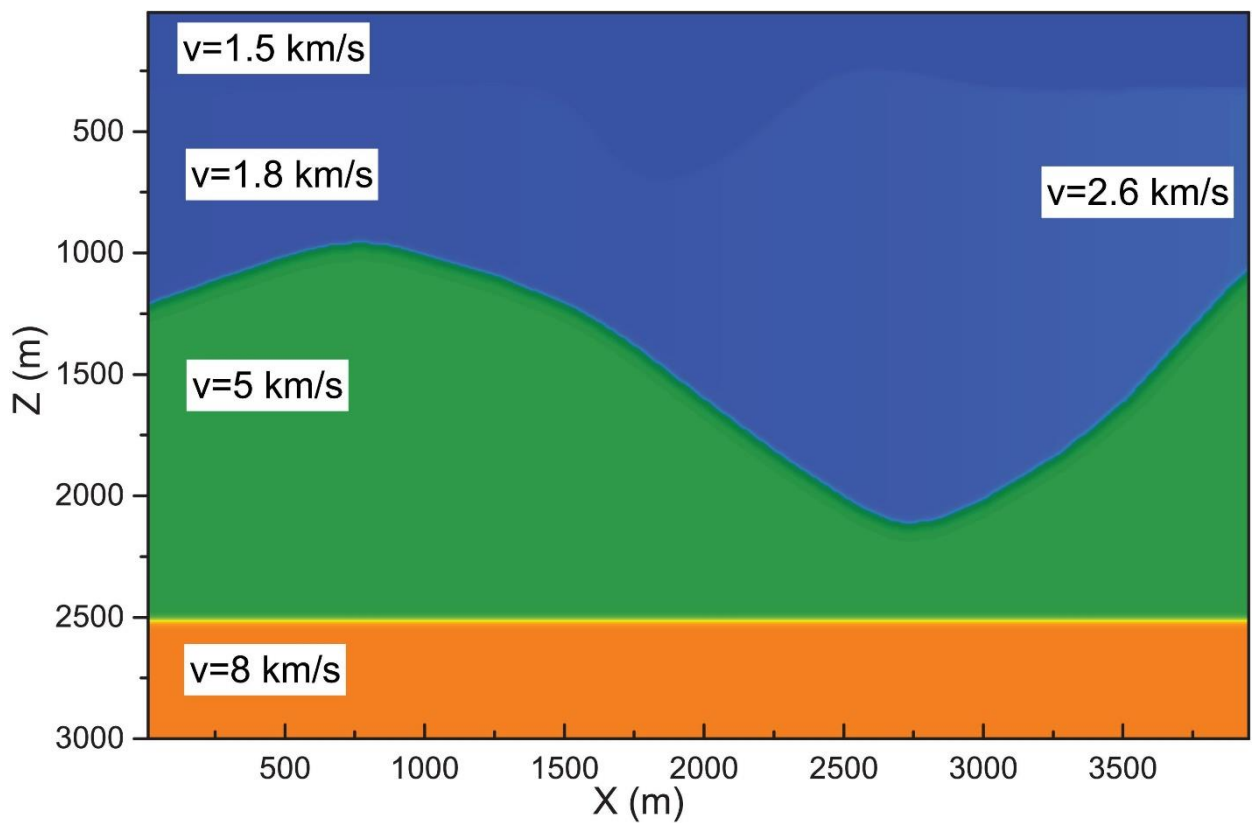


Рис. 2: Скоростная модель, включающая синклираль;

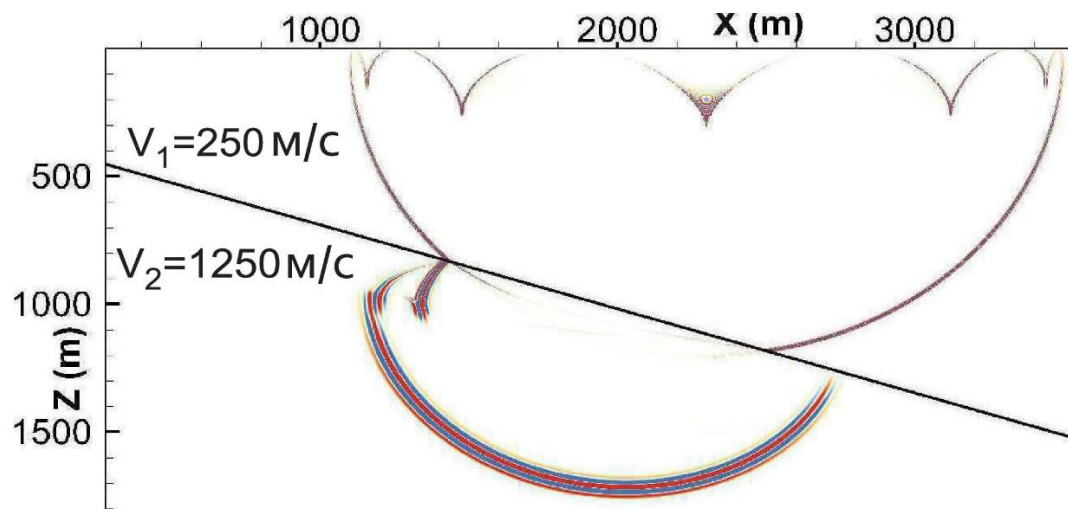
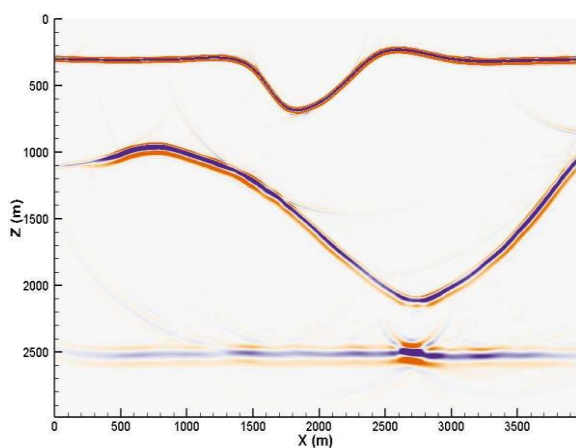
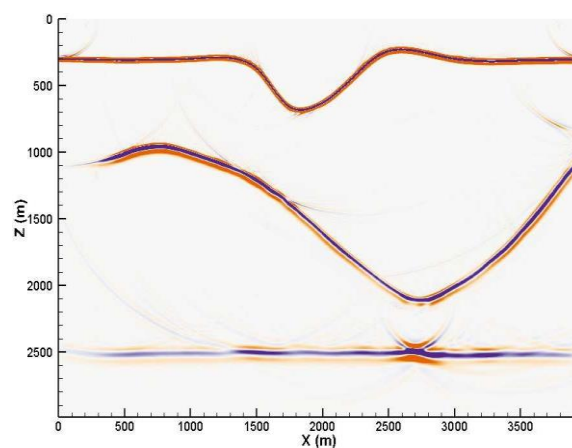


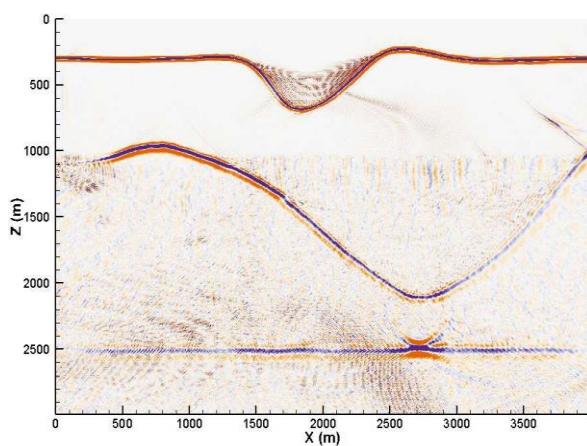
Рис. 3: Мгновенный снимок волнового поля от точечного источника в момент времени $t=5\text{c}$. для вещественной Паде-аппроксимации порядка 3;



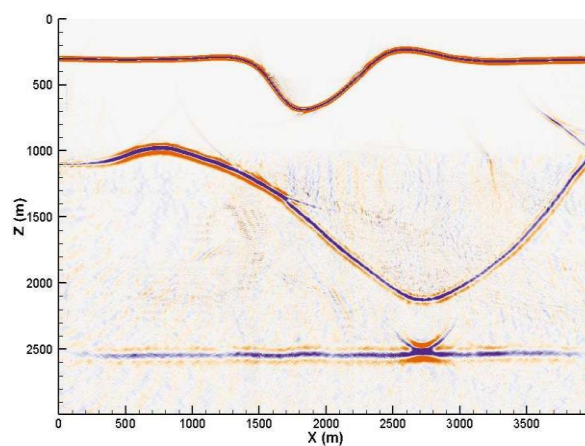
(a)



(b)

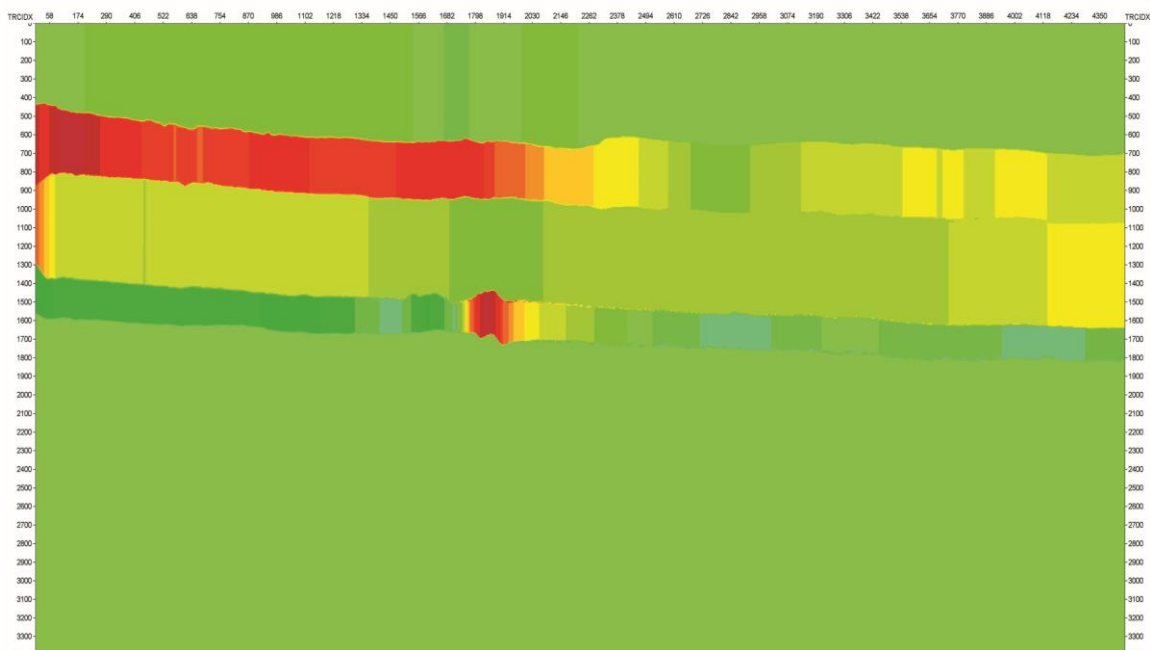


(c)

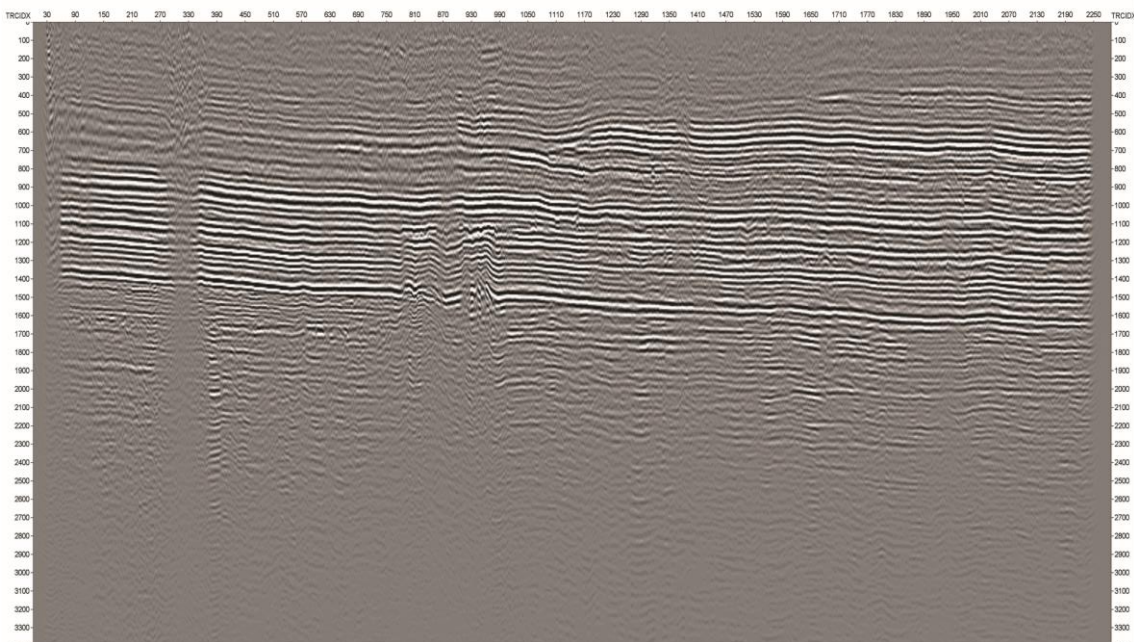


(d)

Рис. 4: Глубинная миграция, стабилизированная а) методом Ричардсона б) сплайн фильтрацией и с),d) без стабилизации;



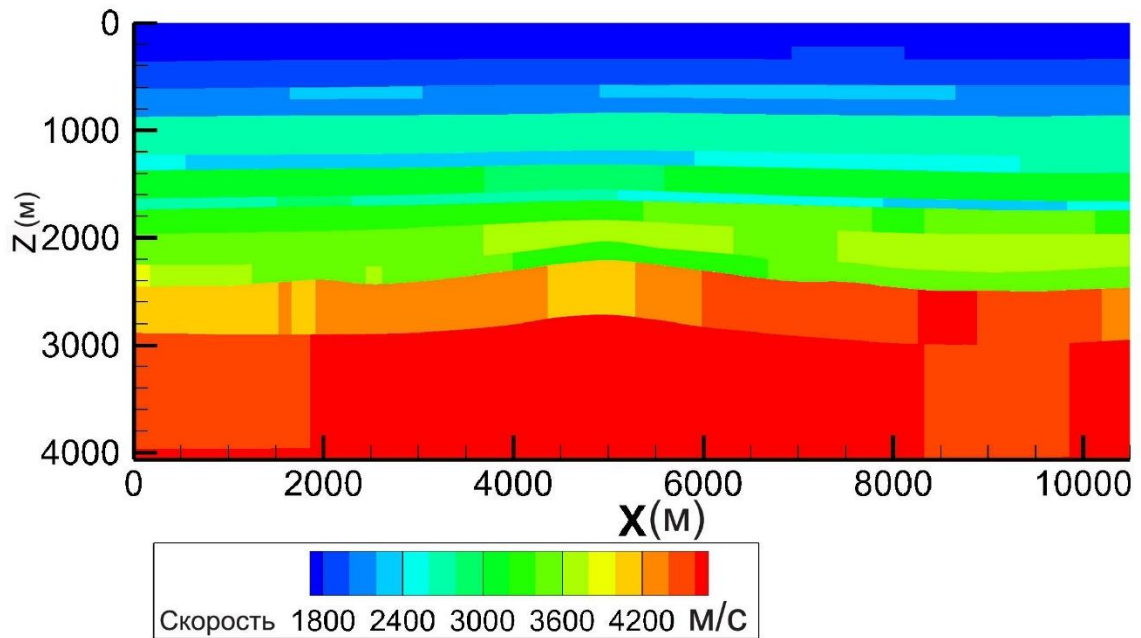
(a)



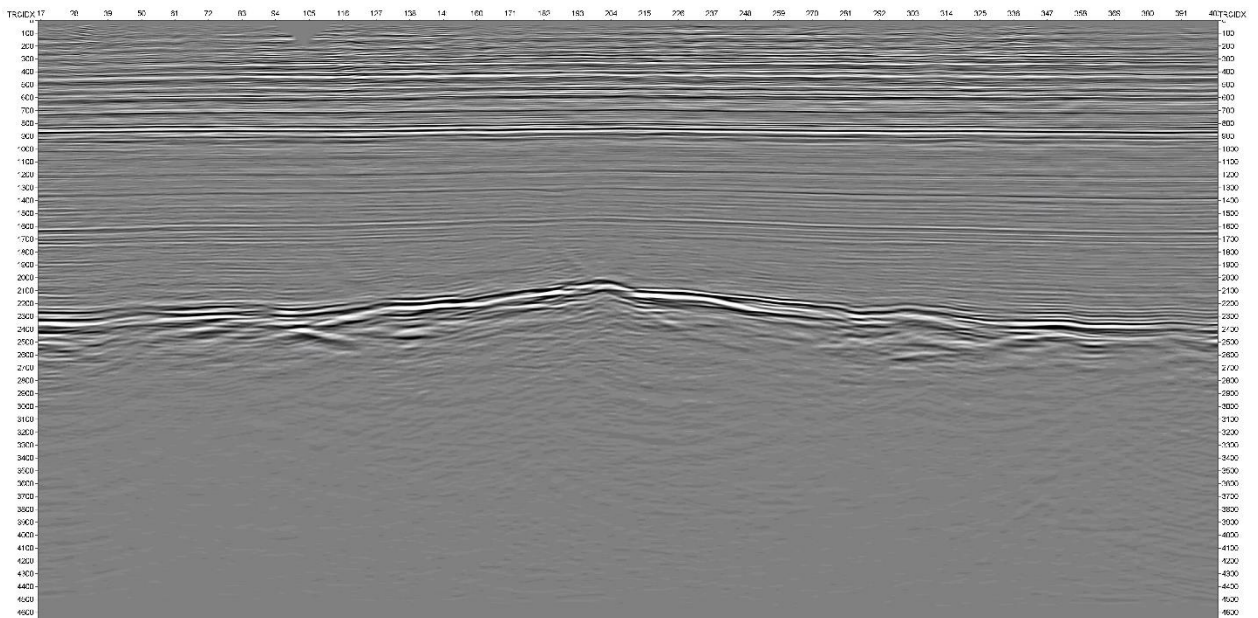
(b)

Рис. 5: а) Скоростная модель среды и б) глубинный разрез для района Восточной Сибири, рассчитанный посредством разработанного спектрально-разностного алгоритма

волновой миграции до суммирования на основе решения одностороннего волнового уравнения;

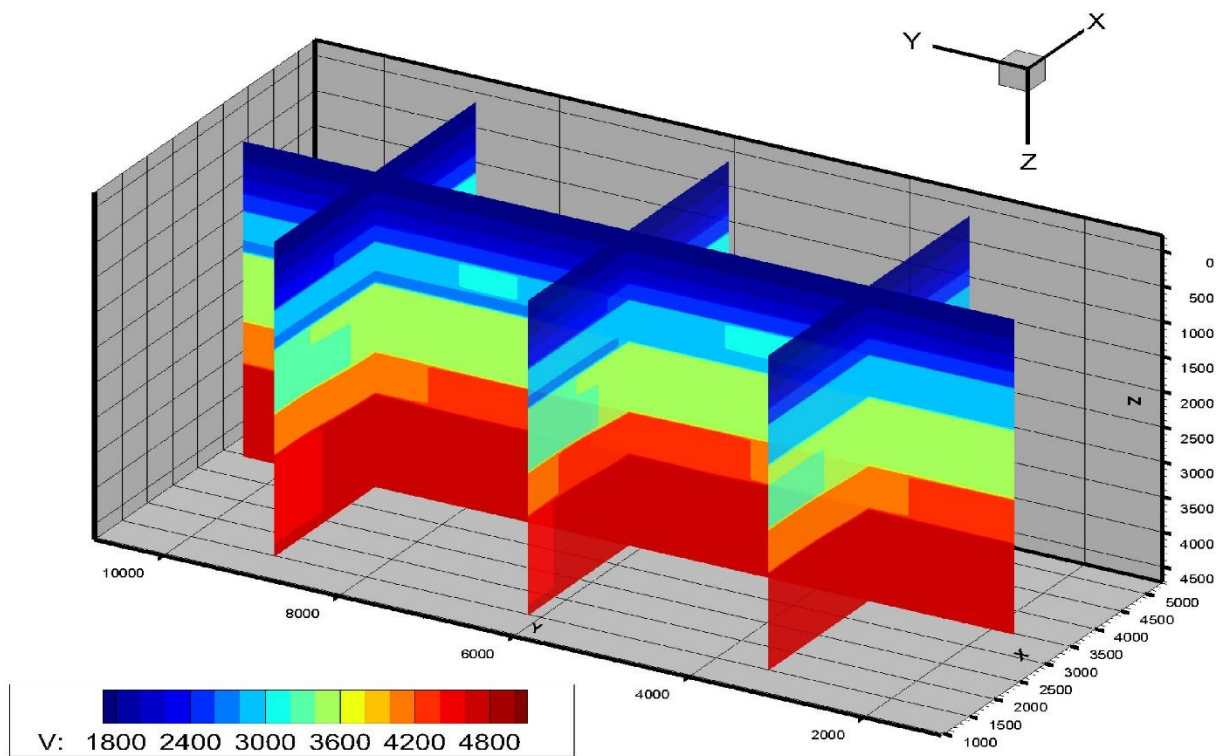


(a)

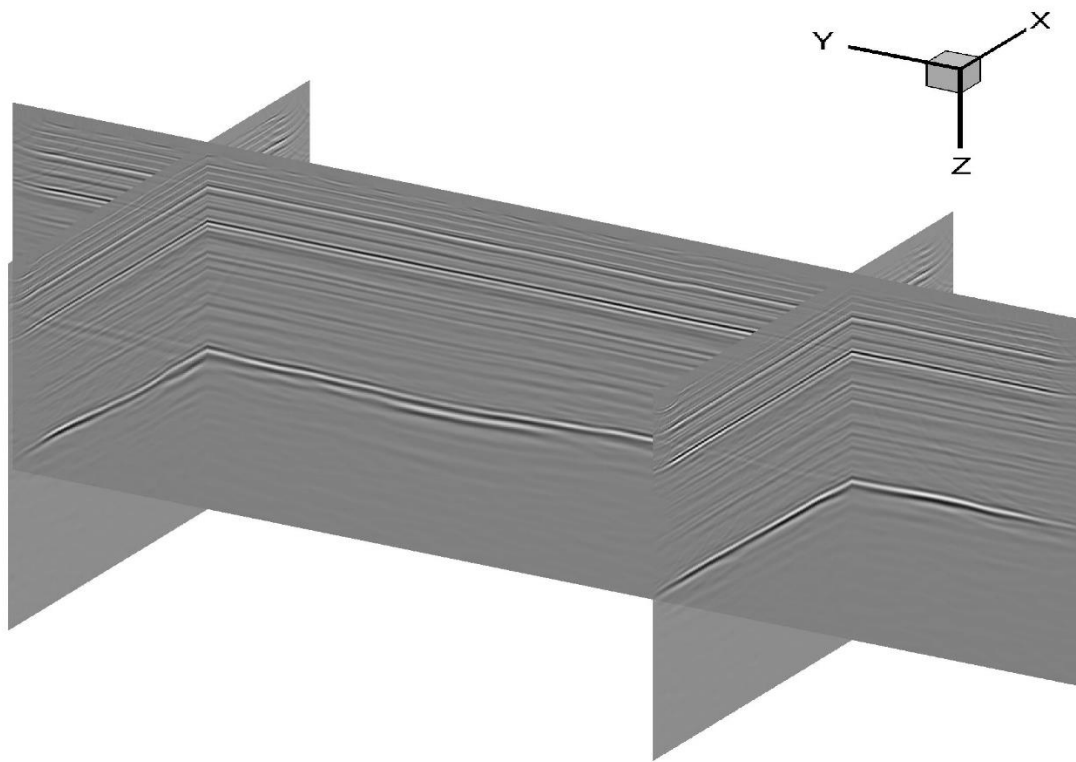


(b)

Рис. 6: а) Скоростная модель среды и б) глубинный разрез для района Западной Сибири, рассчитанный посредством разработанного спектрально-разностного алгоритма волновой миграции до суммирования на основе решения одностороннего волнового уравнения;



(a)



(b)

Рис. 7. а) Скоростная 3D модель среды для района Западной Сибири и б) глубинное изображение, построенное на основе решения трехмерного одностороннего волнового уравнения;

Эффект от использования кластера в достижении целей работы.

Значительное сокращение времени расчетов, доступ к большим объемам оперативной памяти.

Перечень публикаций, содержащих результаты работы (если есть).

- Andrew V. Terekhov, The stabilization of high-order multistep schemes for the Laguerre one-way wave equation solver, Journal of Computational Physics, Volume 368, 1 September 2018, Pages 115-130, ISSN 0021-9991, <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.04.059>.
(<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999118302924>)
- Andrew V. Terekhov, The Laguerre finite difference one-way equation solver, In Computer Physics Communications, Volume 214, 2017, Pages 71-82, <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2017.01.014>.