Отчет о работе, выполненной на оборудовании Информационно-вычислительного центра НГУ

Название работы:

“Эффективные методы анализа многосолитонных решений в уравнениях типа Кортевега-де Фриза”

Аннотация:

Уравнению КдФ была сопоставлена спектральная задача для стационарного уравнения Шредингера с граничными условиями, соответствующими правой задаче рассеяния. В этой работе было сгенерировано 5-солитонное поле, а также проведены численные расчеты этого волнового поля, при помощи алгоритмов второго, четвертого и шестого порядка, реализованных с помощью разложения Магнуса. Показано, что во многих случаях параметры положения солитонов не могут быть идентифицированы известными алгоритмами с помощью стандартной арифметики машинной точности.

Состав коллектива:

Гудько А. С. (Институт теплофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет), Гелаш А. А. (Институт автоматики и электрометрии СО РАН), Мулляджанов Р. И. (Институт теплофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет).

Должность в НГУ:

Гудько А.С. - студент 4-го курса бакалавриата

Контактное лицо (ФИО, адрес электронной почты):

Гудько Александр Сергеевич, a.gudko@g.nsu.ru

Научное содержание работы:

1. *Постановка задачи.*

В данной работе рассматривается теория прямого преобразования рассеяния для нелинейных волновых полей, содержащих солитоны в одномерном уравнении Кортевега–де Фриза (КдФ). Уравнению КдФ была сопоставлена спектральная задача для стационарного уравнения Шредингера, которое играет центральную роль при решении прямой задачи КдФ, с граничными условиями, соответствующими правой задаче рассеяния.

Численное решение производится на конечном промежутке [-$L/2$, $L/2$], который разбивается на M дискретных интервалов шириной Δx_m. Индекс m означает m-ый бин с центром в точке x_m. Предлагается использовать разложения Магнуса *(Blanes et al. 2009)* для построения численных схем 4-го и 6-го порядков точности, для вычисления данных рассеяния.

2. *Современное состояние проблемы.*

Разработка высокоточных алгоритмов все еще представляет трудности, препятствующие устойчивой численной реализации. Один из наиболее распространенных способов для численного решения прямой задачи рассеяния является метод Боффетта–Осборна *(Boffetta, Osborne, 1992)*, который обладает вторым порядком точности дискретизации. Для исследования больших волновых полей необходимо использовать методы высокого порядка. Стандартные алгоритмы прямой задачи приводят к появлению численных неустойчивостей. Недавние исследования *(Mullyadzhanov, Gelash, 2020)* выявили численные трудности в идентификации положения солитонов, что не было исследовано в отношения уравнений типа КдФ.

3. *Описание работы.*

В данной работы мы проводили численные расчеты прямой задачи на примере сгенерированных *N*-солитонных полей (см. Рис. 1) с использованием метода Одевания *(Matveev, Salle, 1991)*

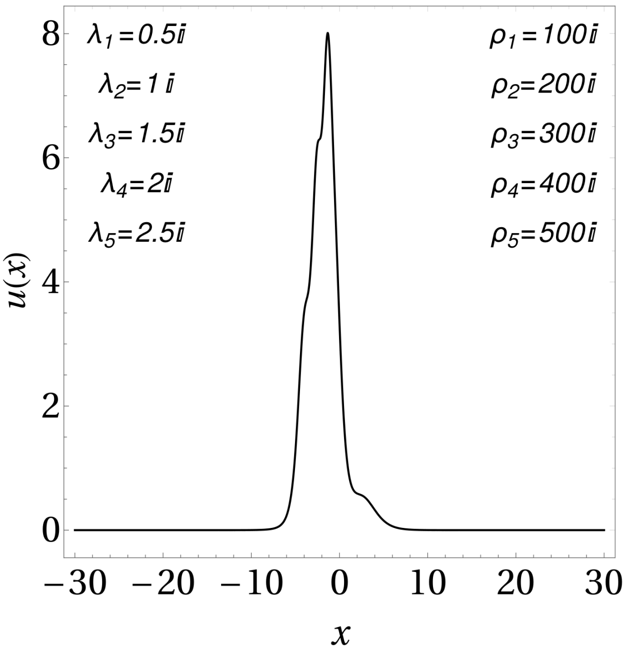

Рис. 1. Конфигурация пятисолитонного потенциала

Проведены численные расчеты 5-ти солитонного поля, при помощи алгоритмов второго, четвертого и шестого порядка.

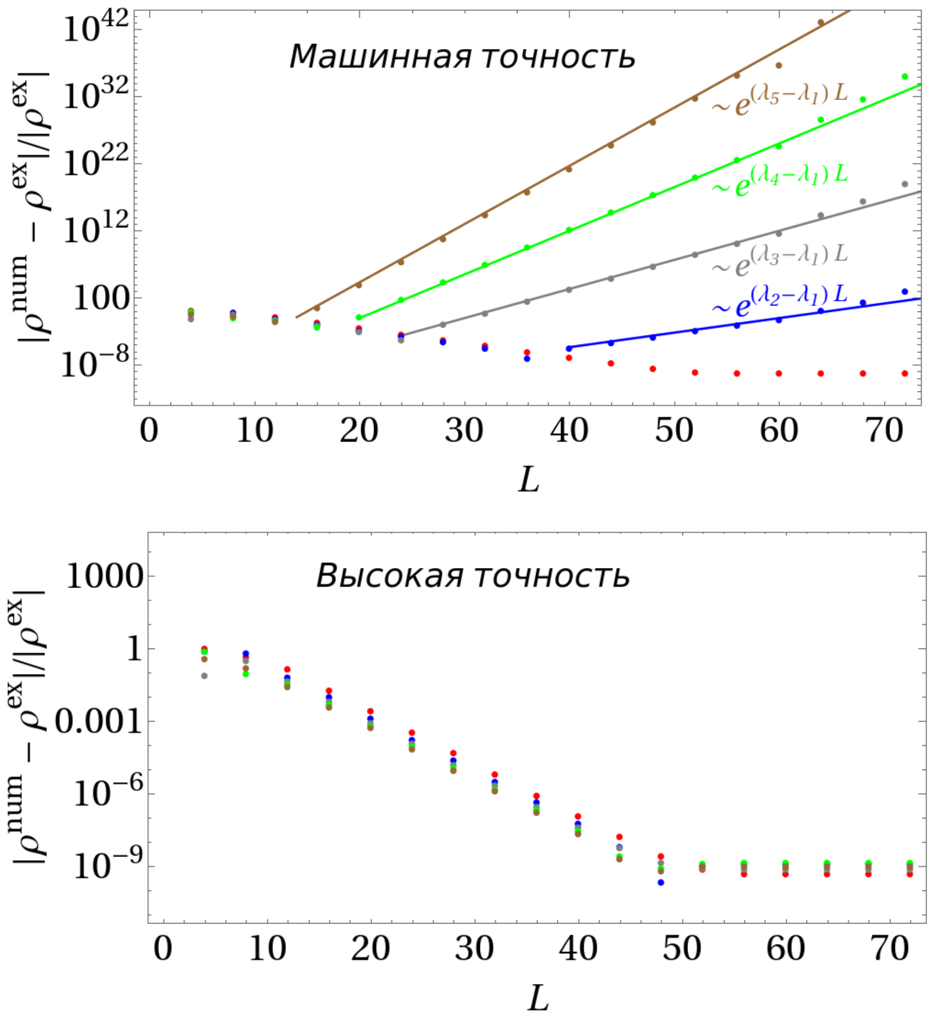

Рис. 2. Влияние размера числовой области на ошибки вычисления норм. констант 5−солитонного потенциала, на примере алгоритма 6-го порядка точности.

4. *Результаты работы.*

Показано, что во многих случаях параметры положения солитонов не могут быть идентифицированы известными алгоритмами с помощью стандартной арифметики машинной точности (см. Рис. 2). В процессе изучения теории по построению *N*-солитонных полей с помощью метода Одевания, была выявлена нестабильность прямой задачи рассеяния, которая приводит к аномальным численным ошибкам фазы солитона, экспоненциально растущих с увеличением *L*, что при использовании стандартной машинной арифметики делает солитоны не идентифицируемыми. В связи с чем было предложено одновременное применение алгоритмов высокого порядка вместе с высокоточной арифметикой делает прямое преобразование рассеяния для уравнения КдФ устойчивым (см. также Рис. 2).

Эффект от использования кластера в достижении целей работы:

При выполнении дипломной работы использовались расчеты данной задачи с применением распараллеливания программ, реализованных при помощи пакета Wolfram Mathematica, который эффективно работает на вычислительных машинах ИВЦ НГУ, что и позволило достигнуть описанных выше результатов, поскольку позволило проводить вычисления с высокой скоростью.